

ENSAM Lille - OPTIS Université de Sherbrooke

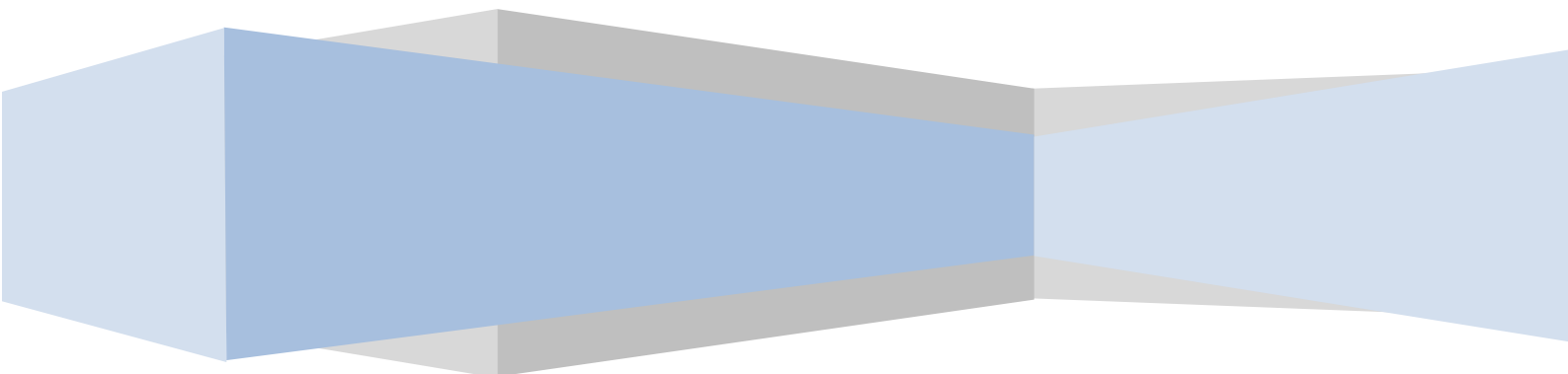
13/06/2007

Optimisation de structures

Implémentation d'outils d'aide à la conception basés sur les
méthodes d'optimisation topologique d'homogénéisation

Projet d'expertise – Accès libre

Thomas VINCENT



Notice Bibliographique

Année : 2007

Centre de rattachement : ENSAM Lille

Auteur : Thomas VINCENT

Titre : Optimisation de structures ; implémentation d'outils d'aide à la conception basés sur les méthodes d'optimisation topologique d'homogénéisation

Encadrement du PE : Jean-Marc DROUET (OPTIS) & Jacques CHARLEY (ENSAM Lille)

Partenaire du PE : Laboratoire de recherche en optimisation de structures (OPTIS), Université de Sherbrooke, Québec, CANADA

Nombre de pages : 55

Nombre de références bibliographiques : 22

Résumé : Le groupe OPTIS est le groupe de recherche en optimisation de structures de l'Université de Sherbrooke (Canada). La mission du groupe est de participer à l'avancement des connaissances en optimisation de structures mécaniques et de développer des outils d'optimisation évolués et conviviaux pour faire de l'optimisation une étape à part entière du processus de conception mécanique. Les travaux de ce groupe portent essentiellement sur le développement, la mise en œuvre numérique et l'application, de méthodes d'optimisation de forme, de topologie et de matériaux composites.

L'objectif principal de ce projet d'expertise ENSAM consiste à étendre une des méthodes d'optimisation les plus robustes, l'optimisation topologique par homogénéisation, à une utilisation plus orientée ingénierie et à l'ancrer dans le processus de conception de pièces mécaniques. Au sein du projet FRESOP du laboratoire OPTIS, ce projet d'expertise fournit une routine numérique utilisable, premier pas vers le développement d'un outil industriel d'aide à la conception mécanique basé sur le principe d'homogénéisation. La justification du choix de cette méthode résulte d'une étude générale des principes d'optimisation de structures et de leur applicabilité. L'intégralité du développement et du travail réalisé au cours de ce projet est présentée dans ce rapport, de l'approche scientifique à l'implémentation pratique en passant par la procédure d'utilisation du code développé.

Mots clés : Optimisation, structure, conception, topologie, homogénéisation, mécanique.

Partie à remplir par le professeur responsable

Accessibilité de ce rapport

Classe 0 = accès libre

Classe 1 = Confidentiel jusqu'au _____

Classe 2 = Hautement confidentiel jusqu'au _____

Date :

Nom de signataire :

Signature :

Remerciements

Je tiens à remercier tout particulièrement Jean-Marc DROUET, qui m'a accueilli au sein de son laboratoire de recherche OPTIS. Lui et son équipe de recherche m'ont permis d'accéder à des principes théoriques complexes rarement enseignés et ceci dans un temps très court. J'ai été séduit par leur vision de l'évolution et de l'avenir de la conception mécanique très positive et innovante. Ils ont mis à ma disposition de nombreux outils et ressources qui ont facilité mon intégration et mon travail.

Contacts & renseignements généraux

Thomas VINCENT

Elève ingénieur ENSAM

Expertise : *Ingénierie des Transport Terrestre (TETRA)*

1 allée des acacias

34160 Beaulieu

France

vincent.thomas.41@free.fr

Jean-Marc DROUET

ing., M.Sc.A., Ph.D.

Département de génie mécanique

Faculté de génie

Université de Sherbrooke

2500, boulevard de l'Université

Sherbrooke (Québec)

J1K 2R1 Canada

Téléphone : (819) 821-8000 poste 61345

Télécopie : (819) 821-7163

Jean-Marc.Drouet@USherbrooke.ca

Laboratoire OPTIS :

<http://mecano.gme.usherb.ca/~jmdrouet/optis/index.html>

Table des matières

Notice Bibliographique	2
Remerciements.....	3
Contacts & renseignements généraux	3
Table des matières.....	4
1. Introduction	6
1.1. Contexte du projet & motivations personnelles	6
1.2. Objectifs du projet	6
1.3. Validation des objectifs & déroulement du projet.....	7
2. Principes d'optimisation au sein du processus de conception	8
2.1. Les principes d'optimisation.....	8
2.1.1. Généralités.....	8
2.1.2. Fonction-objectif & Algorithme d'optimisation	9
2.1.3. Variables d'optimisation & Contraintes technologiques.....	9
2.1.4. Modélisation générale.....	10
2.2. Les classes d'optimisations.....	11
2.2.1. Optimisation dimensionnelle	11
2.2.2. Optimisation de forme	12
2.2.3. Optimisation topologique.....	15
3. L'optimisation topologique des structures	17
3.1. L'optimisation topologique par homogénéisation	17
3.2. Définitions	18
3.3. Problème d'optimisation numérique	19
3.4. Routine d'optimisation	21

3.5.	Problème de discrétisation et dépendance du maillage	22
4.	Processus d'optimisation	24
4.1.	Modélisation générale	25
4.2.	Deux approches selon la structure du maillage	28
4.3.	Comparaison des deux approches par l'exemple.....	31
5.	Procédure d'utilisation : bogie de TGV ancienne génération.....	36
5.1.	Conception du modèle à optimiser	37
5.2.	Définition des paramètres d'optimisation	39
5.3.	Utilisation de la boucle d'optimisation	40
5.4.	Utilisation des résultats.....	42
6.	Résultats d'optimisation	47
6.1.	Post-traitement sous CATIA	47
6.2.	Cas d'application : porte-moyeu arrière de monoplace formule SAE.....	48
	Conclusion générale.....	53
	Bibliographie	54

1. Introduction

Ce chapitre introductif va revenir sur le contexte général du projet d'expertise ; il exposera aussi les motivations qui m'ont poussé à me rapprocher de l'université de Sherbrooke au Canada et plus particulièrement, du groupe de recherche en optimisation de structures OPTIS. Enfin sera présenté un bref suivi de l'évolution de mon travail et des objectifs de ce projet.

1.1. Contexte du projet & motivations personnelles

Au terme de ma formation d'ingénieur à l'Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers et du module d'expertise labélisé TETRA (Terrestrial Transport), je souhaite sincèrement devenir un acteur du monde de la conception mécanique au sens large. Je voulais que le projet d'expertise, charnière entre les études et le monde du travail, m'éclaire sur les réalités du monde de la conception mécanique. Les outils numériques de calcul et de simulation sont aujourd'hui indispensables, ils occupent une place toujours plus importante au sein du processus de conception. Demain l'évolution de ces nouveaux outils de l'ingénieur va conditionner le développement des méthodes de conception. Avant de partir proposer mes services à une entreprise, je voulais pouvoir justifier d'une certaine maîtrise et connaissance des outils qui sont notre référence en termes de validation numérique. Au-delà de l'utilisation, il me semble primordial de bien comprendre les procédés mis en jeu pour en tirer l'essence. Quoi de plus intéressant alors que d'implémenter des outils d'optimisation de structures. L'émergence des nouvelles méthodes de conception basées sur l'optimisation m'a séduit et m'a paru la meilleure opportunité pour m'impliquer dans le monde de la conception mécanique et du calcul numérique.

1.2. Objectifs du projet

L'objectif principal consiste à étendre une des méthodes d'optimisation les plus robustes à une utilisation plus orientée ingénierie et à l'ancrer dans le processus de conception de pièces mécaniques. C'est un travail fastidieux et difficile qui ne peut être résolu au travers de ce projet d'expertise. C'est pourquoi je me suis tourné vers le laboratoire de recherche OPTIS, de l'université de Sherbrooke au Canada. Jean-Marc DROUET, son directeur, a lancé il y a quelques années un projet d'envergure, projet FRESOP, qui a pour but de regrouper un

ensemble d'outils mettant à la portée de tous la puissance de l'optimisation numérique. Mon objectif personnel est de contribuer à cet effort en travaillant au développement d'un type d'optimisation, pour le rendre fonctionnel et permettre plus tard son intégration au sein de projet FRESOP.

1.3. Validation des objectifs & déroulement du projet

Ce projet a été découpé en plusieurs jalons afin de valider progressivement des acquis théoriques avant de développer du code fonctionnel de plus en plus complexe. Dans un premier temps une période de pré-étude d'un mois, réalisée à l'ENSAM Lille, m'a permis d'appréhender les principes d'optimisation et de maîtriser le processus d'optimisation topologique par homogénéisation.

Par la suite au sein du laboratoire de recherche OPTIS, j'ai consacré les premières trois semaines effectives de mon projet d'expertise à étudier les possibilités d'intégration et de développement de la méthode d'homogénéisation. Avec l'appui de l'équipe de recherche du laboratoire, j'ai finalement envisagé de pouvoir produire un code simple mais fonctionnel, basé sur les travaux de SIGMUND (SIGMUND O. , A 99 line topology optimization code written in Matlab, 2001). Dans un premier temps il était exclusivement question de porter l'optimisation topologique en deux dimensions (domaine d'optimisation à forme rectangulaire supporté par un maillage à mailles carrées) vers le logiciel de résolution numérique par éléments finis *Code_Aster* (Code-Aster).

En fait, cette étape n'a duré qu'un mois. J'ai donc décidé de revoir mes objectifs et d'étendre le code développé aux études tridimensionnelles.

Et pour finir, l'algorithme donnant de très bons résultats, j'ai souhaité l'impliquer plus franchement au processus de conception en créant un lien plus étroit avec les logiciels de CAO commerciaux (dans le cas présent CATIA V5). La suite de mon projet a donc consisté à trouver des solutions permettant de pallier les problèmes liés à l'utilisation de maillages non structurés. Au final, ce projet d'expertise fournit un outil fonctionnel dans l'état, ce qui constitue une bonne base de développement pour des projets futurs, en l'occurrence dans le cadre du projet FRESOP.

2. Principes d'optimisation au sein du processus de conception

Avant de détailler le travail effectivement réalisé au cours de ce projet d'expertise, il est nécessaire de s'intéresser aux processus d'optimisation de manière générale. Ce chapitre va permettre de situer l'optimisation au sein des méthodes de conception mécanique telles qu'elles sont connues. Dans un premier temps, les entités propres à l'optimisation de structure vont être brièvement énoncées ainsi que leur relation. Par la suite, sera proposé un tour d'horizon des méthodes classées. Tout ceci amenant le lecteur à posséder les informations nécessaires à la compréhension du choix de l'optimisation topologique par homogénéisation pour ce projet d'expertise.

2.1. Les principes d'optimisation

2.1.1. Généralités

L'optimisation de structures représente une des préoccupations essentielles pour la conception des systèmes dans l'industrie mécanique. Aujourd'hui au sein des bureaux d'études on ne se contente plus d'améliorer les performances des pièces que l'on conçoit ; on cherche à concevoir une pièce globalement optimale par rapport à son utilisation et son environnement, en considérant un grand nombre de critères et parfois, d'objectifs (ANDERSSON, 2001). Les concepteurs en bureaux d'études optimisent de manière manuelle, par des définitions successives de la pièce. Cette méthode est longue et imprécise et dépend fortement de la compréhension des résultats, de l'intuition et de l'expérience du concepteur. Autant de facteurs humains qui rendent difficile l'obtention de la solution idéale. Arrivé à un certain niveau de complexité, il n'est pas garanti que les modifications apportées par un concepteur soient efficaces voire utiles à l'amélioration des performances. Cela se traduit par des durées de conception très longues, pour un résultat qui peut ne pas être satisfaisant.

L'optimisation de structure consiste à chercher le domaine mécanique maximisant la performance ciblée, directement à partir des résultats de la pièce mise en situation. Une vision utopique de voir l'optimisation de structure se résume par : nos contraintes et nos différents objectifs nous donnent la solution au problème, si elle existe. Evidemment les problèmes de conception mécanique actuels sont bien trop complexes pour permettre un tel résultat. Cependant, bien mise en œuvre, l'optimisation de structure peut constituer un outil

d'aide à la conception, amenant rapidement le développement d'un produit dans des directions efficaces. Le but n'est pas de supprimer l'intervention du concepteur mais de lui donner un outil lui apportant l'information dont il a besoin pour concevoir son produit dans de bonnes conditions et de manière efficace.

2.1.2. Fonction-objectif & Algorithme d'optimisation

De manière générale la performance d'une pièce peut se traduire de plusieurs manières selon son utilisation et selon les critères de conception que l'on se fixe. Il existe plusieurs fonctions-objectif, on choisit celle qui représente la performance que l'on cherche à améliorer. On introduit la fonction-objectif représentant la performance globale de notre pièce, le but de l'optimisation va être de trouver la pièce solution qui maximise cette fonction-objectif, donc qui maximise la performance. Mathématiquement cette fonction apparaît comme l'extremum global d'une fonction dépendant de la structure, elle même représentée par les variables d'optimisation. Dans le cadre de ce projet je me focaliserai sur un critère de performance simple mais crucial dans l'industrie : la recherche du meilleur compromis résistance-poids d'une pièce sous différents types de chargements.

Pour résoudre cette recherche d'extremum, on peut utiliser différents algorithmes itératifs d'optimisation. Les plus utilisés sont : *Optimality Criteria Methods (OC-Method)*, *Sequential Linear Programming (SLP)* et *Methods of Moving Asymptotes (MMA)*. Les différences entre ces méthodes proviennent surtout de leur stabilité, de leur capacité à converger et de leur rapidité. Tous les calculs sont définis de manière théorique pour des milieux continus mais en pratique on s'appuie sur les méthodes de calcul par éléments finis pour évaluer les performances.

Dans l'objectif de trouver la pièce représentant le meilleur compromis résistance-poids, on introduit un concept de performance énergétique : le travail global des forces extérieures que l'on nomme « compliance » et note C .

2.1.3. Variables d'optimisation & Contraintes technologiques

Les algorithmes d'optimisation vont agir sur un set de paramètres que l'on nomme variables d'optimisation pour satisfaire la fonction-objectif. Le résultat donné par le code sera donc un set de paramètres optimaux représentant la structure optimale. Selon la classe

d'optimisation, les variables d'optimisation peuvent représenter toute sorte d'entité, une position de point limite sur le contour de la pièce, une dimension d'une partie de la pièce, ou encore une propriété de matériau. Chaque variable va évoluer dans un domaine admissible que l'utilisateur définit pour éviter toute absurdité de conception et incompatibilité technologique, on dit que les variables d'optimisation sont bornées.

La conception mécanique est extrêmement complexe, les conditions d'acceptabilité du design définitif d'une pièce sont nombreuses et variées. Pour obtenir une solution acceptable on introduit dans la boucle d'optimisation des contraintes, elles vont conditionner l'affectation des variables d'optimisation pour inciter la solution à être viable et garantir la pertinence de la solution. Aujourd'hui il est encore très compliqué d'intégrer l'ensemble des contraintes technologiques qu'un concepteur applique naturellement quand il définit une pièce mécanique. A titre d'exemple, des contraintes qui sont aujourd'hui prises en compte facilement sont les limites géométriques de conception que l'on représente par un domaine admissible. Il reste un énorme travail quand on veut considérer des contraintes beaucoup plus compliquées comme le respect d'un angle de dépouille selon une direction ou une épaisseur de pièce minimale, contraintes qui sont primordiales en conception de pièces moulées.

2.1.4. Modélisation générale

Le processus d'optimisation général peut se modéliser par une boucle itérative au sein du processus de conception, une représentation est proposée en Figure 1 .

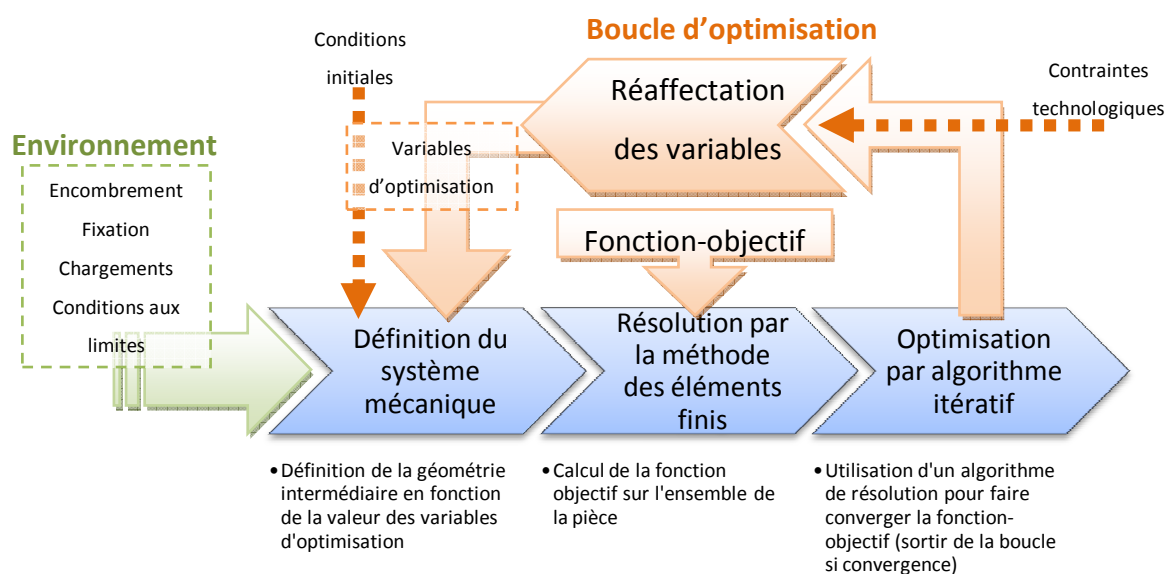


Figure 1 : Représentation générale d'une boucle d'optimisation de structure mécanique

Idéalement on souhaite que le processus global soit invariant par rapport : aux conditions initiales, à la modélisation discrète par éléments finis (maillage) et à l'algorithme d'optimisation. Or dans la pratique chaque quadruplet {processus d'optimisation, conditions initiales, modélisation, algorithme} va avoir ses propres réactions et même ses propres solutions. Il sera nécessaire à l'utilisateur de bien appréhender les conditions de validité de la solution obtenue en fonction du processus d'optimisation retenu.

On remarque que l'emploi de « la solution optimale » ou « la solution idéale » est un abus de langage, tout processus d'optimisation aussi perfectionné soit-il peut fournir dans le meilleur des cas « une » solution optimisée au problème posé.

2.2. Les classes d'optimisations

Le but de ce paragraphe est d'apporter de la lisibilité au lecteur au sujet de l'ensemble des solutions qui existent actuellement en termes d'optimisation de structure. Ceci afin de motiver le choix de l'utilisation de la méthode d'optimisation topologique par homogénéisation.

2.2.1. Optimisation dimensionnelle

Dans le processus de conception mécanique, l'optimisation dimensionnelle prend place quand la pièce mécanique est définie en quasi-totalité. Aucune modification de forme ou de topologie ne sera appliquée, la forme de la pièce est complètement figée au cours de l'optimisation. Les problèmes dits « de dimensionnement » font intervenir des variables d'optimisation directement liées aux éléments finis composant le maillage de la pièce.

Dans le cas d'études de structures mécaniques bi ou tridimensionnelles cette méthode s'applique avec des modélisations 1D (type câble, barre ou poutre) ou 2D (type membrane, plaque ou coque). Les variables seront des paramètres d'éléments tels que des épaisseurs de coque, des sections de poutres etc. Ce type d'optimisation est très rapide et très peu coûteux en ressources du fait de la simplicité du modèle par éléments finis et de la quantité limitée de variables d'optimisation à traiter à chaque itération.

Le laboratoire de génie mécanique de l'université de Liège en Belgique s'est spécialisé dans l'optimisation multidisciplinaire, l'équipe de recherche a conduit de nombreux travaux sur l'optimisation dimensionnelle (BECKERS, 2000).

Structure en variables discrètes

Le cas de l'optimisation dimensionnelle de structures en variables discrètes s'applique sur des pièces géométriquement définies. Tous les éléments de la pièce, présents au début de la phase d'optimisation se retrouveront à la fin, seules certaines dimensions de ces éléments seront adaptées par la boucle d'optimisation. La préparation de l'optimisation va consister à définir certains paramètres en tant que variables d'optimisation. Ce set de variables discrètes est accompagné d'un set de domaines admissibles dans lequel les valeurs des variables vont évoluer pendant l'optimisation pour répondre au mieux à la minimisation de la fonction-objectif choisie.

Structure en treillis

A l'extrême cette méthode de dimensionnement peut être utilisée pour définir la constitution d'une structure mécanique formée uniquement d'éléments monodimensionnels. On sait que l'agencement des différents constituants d'une structure en treillis détermine les caractéristiques globales de la structure. L'idée est d'appliquer la méthode de dimensionnement à une structure treillis complètement surabondante en termes de nombre de composants. La solution de l'optimisation dimensionnelle va nous permettre d'éliminer les éléments non sollicités et de dimensionner correctement les autres. Cette utilisation est particulièrement adaptée aux ensembles mécano-soudés ou assemblés constitués de pièces primitives simples.

2.2.2. Optimisation de forme

Le processus d'optimisation structurale de forme consiste en l'adaptation de l'interface optimale entre deux domaines mécaniques vis-à-vis de la fonction-objectif (SOKOLOWSKI & ZOLESIO, 1992). Cette interface va être un ensemble de lignes bouclées en 2D et un ensemble de surfaces fermées en 3D. En aucun cas cette méthode ne définit la topologie de la solution, ce paramètre fondamental fait partie des informations d'entrée de la méthode d'optimisation de forme.

Du fait de la complexité de l'entité recherchée, les théories sous-jacentes aux techniques d'optimisation de forme représentent encore aujourd'hui un domaine mathématique à part entière. En effet la recherche de l'objet mathématique solution de notre problème d'optimisation représente un problème non trivial et introduit, avant même la résolution, de nombreuses problématiques liées à l'existence et à l'unicité de la solution.

Dans le domaine de l'ingénierie, les ambitions de l'optimisation de forme sont souvent révisées à la baisse, on ne recherche pas la solution optimale mais plutôt une solution optimisée de manière satisfaisante. Cette méthode est très sensible aux conditions initiales et aux paramétrages mais surtout à la topologie que l'on définit. Il existe souvent de nombreuses solutions à un même problème il se peut qu'aucune ne soit la solution optimale. L'utilisateur doit avoir des connaissances dans le domaine de l'optimisation de forme pour obtenir des solutions satisfaisantes et valides.

Cependant, l'applicabilité et la légitimité de l'utilisation de cette méthode n'est en aucun cas discutable du fait de sa manière d'opérer. En effet la grande force des méthodes d'optimisation de forme est qu'elles agissent sur la forme de la pièce au même titre que le concepteur aurait pu le faire, mais de manière non subjective. De plus le calcul des variables d'optimisation se fait à partir de pièces « réelles » du point de vue de la modélisation numérique. Il faut comprendre que les différentes formes obtenues lors des itérations d'optimisations sont des formes que le concepteur aurait pu concevoir au cours d'une optimisation « manuelle » et donc que leur utilisation est légitime. Cette dernière phrase prend tout son sens quand on connaît les difficultés liées à certaines méthodes topologiques présentées dans la section suivante.

Structure en variables discrètes

Cette première méthode d'optimisation de forme permet au concepteur la possibilité de laisser un certain nombre de zones de son étude non entièrement définies. Ces zones seront paramétrées et bornées, le problème sera soumis au calcul et par itération la routine d'optimisation définira le set de paramètres optimal. Cette méthode nécessite une définition quasi-finale de la pièce à optimiser et est souvent utilisée localement pour des pièces complexes modélisées avec des éléments finis volumiques. Cependant elle est rapide du point de vue de l'optimisation car le nombre de variables d'optimisation est très faible mais autorise

des changements limités et demande un travail de préparation important. En effet il faut paramétrer les déformations admissibles de la pièce, vérifier l'intégrité du maillage dans toutes les circonstances ou remailler le cas échéant. S'il y a reconstruction du maillage au cours de l'optimisation le temps de l'étude est considérablement augmenté et l'obtention de résultats n'est pas garantie du fait des limitations liées aux algorithmes de maillage automatique. Le groupe de recherche de l'école Polytechnique (CMAP) propose de nombreux travaux à ce sujet, et particulièrement des exemples d'implémentation fonctionnelle en deux dimensions.

Variation de frontière

La méthode de variation de frontière est sûrement la méthode d'optimisation de forme la plus simple à comprendre mais reste extrêmement compliquée à mettre en œuvre. De nombreux problèmes annexes doivent être considérés pour pouvoir l'appliquer à des formes complexes. Ici la frontière de l'objet considéré est divisée en de nombreuses entités simples. La position de chacune de ces entités est déterminée par un certain nombre de points de l'espace de travail. Le set de variables d'optimisation va être l'ensemble des coordonnées des points de contrôle des éléments de frontière. Du fait de la manière dont le problème est posé la topologie de la pièce ne va pas évoluer au cours de l'optimisation d'où la nécessité d'avoir une bonne idée a priori de la topologie efficace. Une des difficultés majeures est la régularisation du gradient de la forme pour empêcher toute incohérence de maillage, comme l'interpénétration de mailles. Un autre point faible de cette méthode est la nécessité de remailler la pièce assez souvent pour garantir un calcul numérique correct. G. ALLAIRE et O. PANTZ, au sein du Centre de Mathématiques Appliquées de l'école Polytechnique, proposent de nombreux codes mettant en pratique cette méthode. Quelques exemples sont présentés en suivant (ALLAIRE & PANTZ, 2005). Il est bon de noter l'influence de la topologie initiale et la complexité de la gestion des maillages selon la forme de la pièce.

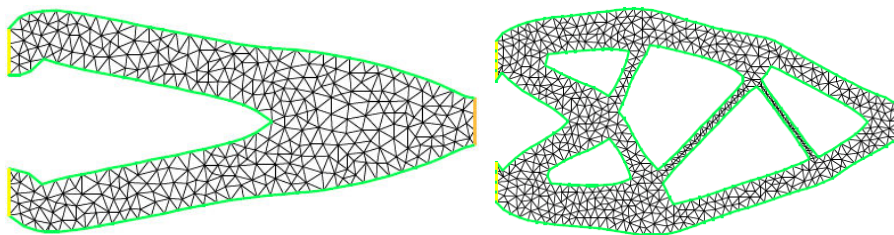


Figure 2 : résultats d'optimisation de forme pour deux topologies différentes : (gauche) pas de trou (droite) 5 trous Source : Structural Optimization with FreeFem++, G. Allaire, O. Pantz, Novembre 2005, R.I. 586

Level-Set

La méthode du *Level-set* (JOUVE, ALLAIR, & TOADER, 2003) est une méthode hybride d'optimisation de forme. En effet elle est basée sur les principes d'optimisation de forme, tel que celui de la variation de frontière, mais le gradient de forme est capturé sur un maillage fixe par un problème adjoint. Ce couplage permet une évolution topologique très importante mais la solution obtenue est encore très dépendante des conditions initiales.

Dans certains cas bien initialisés la méthode de Level-set donne des solutions équivalentes aux méthodes topologiques d'homogénéisation, avec l'énorme avantage de réaliser les calculs par éléments finis sur des structures « réelles » du point de vue modélisation (pas de matériaux intermédiaires fictifs, voir la méthode d'homogénéisation).

Cependant l'influence du cas d'initialisation sur la solution obtenue est très importante. Actuellement la méthode de Level-set autorise la simplification topologique, qui se traduit par la disparition de trous en étude bidimensionnelle, mais ne permet pas sa complexification. Il est donc fondamental d'initialiser le processus avec une topologie assez complexe pour répondre au problème.

2.2.3. Optimisation topologique

L'approche topologique est le plus grand défi soumis à l'optimisation de structure. La définition topologique d'une pièce affecte en premier lieu ses performances, elle est donc du premier ordre en terme d'optimalité. En effet pour toutes les méthodes classifiées précédemment, les solutions apportées ne seront jamais optimales si la topologie initiale n'est pas la bonne. Les méthodes d'optimisation topologique actuelles ne sont pas capables de définir définitivement la forme d'une pièce, mais elles représentent de très fiables préprocesseurs pour les autres méthodes plus précises et plus correctes du point de vue conception technologique.

Structure continue en variables discrètes

L'optimisation topologique de structures continues en variables discrètes part d'un principe intuitif qui consiste à modéliser l'ensemble géométrique admissible par des éléments solides et à éliminer par itération les éléments qui ne contribuent pas ou peu à la rigidité de la pièce (ALLAIRE, AUBRY, BONNETIER, & JOUVE, 1998). Cependant le problème ainsi posé est très souvent sans solution car mal posé par rapport à la théorie mathématique continue. Il est

nécessaire d'intégrer des artefacts de filtration pour sélectionner de manière utile les éléments à enlever (restriction du périmètre des trous créés).

Cette méthode se confronte à un principe mécanique complexe qui régit la rigidité des pièces mécaniques : à masse égale une pièce formée d'une multitude de petits « trous » sera plus rigide qu'une autre composée de seulement quelques gros « trous ». Partant de ce principe les méthodes topologiques en variables discrètes convergent souvent vers une structure en damier, de plus l'influence de la taille du maillage est très grande dans ce type de méthode. Derrière ces contre-indications, il existe des méthodes dites évolutionnaires qui permettent dans un certain cadre d'obtenir des solutions viables.

Homogénéisation

La méthode d'optimisation par homogénéisation fait l'objet de ce rapport de projet d'expertise, elle est développée dans le chapitre 3. Dans les grandes lignes, on peut présenter la méthode d'optimisation par homogénéisation par la relaxation du problème d'optimisation par topologique en variables discrètes. En effet la prise en compte des microstructures (structures en damier) se fait de manière plus macroscopique dans le matériau en introduisant une densité au matériau.

A titre d'exemple est proposé en Figure 3 ci dessous le type de résultat que l'on peut obtenir avec un logiciel commercial (ALTAIR Engineering).

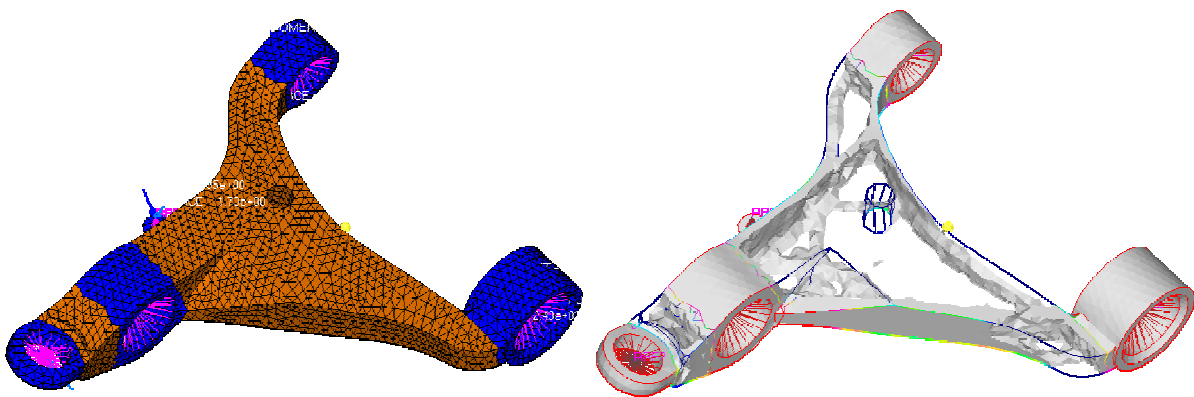


Figure 3 : modèle de base et iso-surface du résultat en densité de l'optimisation topologique réalisée avec ALTAIR OPTISTRUCT (seuil de densité 0.15)

Pour des exemples plus complets d'utilisation de la suite de logiciels proposée par ALTAIR Engineering le lecteur se reportera aux documents numériques suivants (ALTAIR Engineering, 2001) & (ALTAIR Engineering, 2003).

3. L'optimisation topologique des structures

A la suite de la brève introduction aux différentes méthodes numériques d'optimisation existantes présentées dans le chapitre précédent, il apparaît que l'approche topologique offre un très grand nombre d'informations sur la forme finale de la pièce et représente le parfait préprocesseur aux autres méthodes d'optimisation (BENSOE, 1989) et (BENDSOE & SIGMUND, 2003). Suite à ces considérations, j'ai finalement décidé de consacrer ce projet à l'implémentation d'une méthode d'optimisation de type topologique. Mon choix s'est ensuite dirigé vers la méthode dite d'homogénéisation, pour le simple fait qu'elle est éprouvée, fonctionnelle et relativement simple à mettre en œuvre. Dans ce chapitre une présentation plus complète de cette méthode est proposée, de la théorie à l'implémentation numérique sous forme d'algorithme itératif, je me suis basé en grande partie sur un code *Matlab* existant (SIGMUND O. , 2001). Pour clore cette partie les principales difficultés liées à l'introduction d'un domaine discret (maillage par éléments finis) seront mises en évidence ainsi que les artefacts numériques implémentés pour les pallier (SIGMUND & PETERSSON, 1998).

3.1. L'optimisation topologique par homogénéisation

Le principe sous jacent à la méthode d'optimisation par homogénéisation est l'introduction de la densité du matériau. En effet pour éviter la création de microstructures on introduit des matériaux composites fictifs donc les propriétés mécaniques sont comprises entre celles du matériau de la structure et celles du vide. De ce fait les microstructures sont homogénéisées dans le matériau pour chaque élément constituant le domaine d'optimisation. Ceci a pour but d'élargir le domaine des solutions admissibles, de plus l'objet sur lequel on travaille varie de manière *continue* et répond de manière plus correcte à la théorie mathématique d'optimisation proposée (ALLAIRE, AUBRY, BONNETIER, & JOUVE, 1998) et (BENDSOE & SIGMUND, 2003). Il faut garder à l'esprit qu'au terme de l'optimisation on souhaite que la pièce se rapproche le plus possible d'une pièce uniquement composée de vide (densité nulle) et de matériau plein (densité égale à 1) pour être conforme à la réalité. Pour orienter l'algorithme à modifier les densités dans le sens de la création franche de vide ou de matière pure, les caractéristiques des matériaux fictifs sont pénalisées. La *performance* (rigidité) d'un matériau fictif par rapport à son *coût* (masse) doit être inférieure à un.

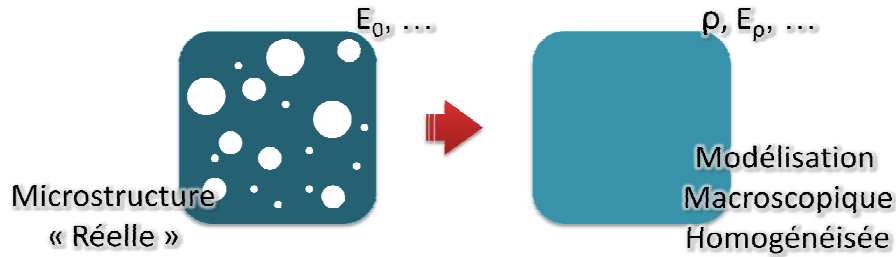


Figure 4 : représentation du principe d'homogénéisation, au sein d'un élément

En Figure 4, la structure optimale réelle, souhaitée par l'algorithme d'optimisation, est modélisée par un élément homogène caractérisé par sa densité globale de matière. Le domaine d'optimisation va être composé d'un très grand nombre de ces éléments finis, ce qui représente autant de valeur de densité. L'algorithme d'optimisation a pour tâche de nous fournir la valeur de chacune de ces densités en fonction des paramètres d'optimisation.

3.2. Définitions

Pour bien comprendre sur quoi l'algorithme va agir le problème d'optimisation topologique par homogénéisation doit être clairement défini.

Soit Ω un domaine de travail fermé de l'espace euclidien de dimension N ($N = 3$). Soit Γ la frontière de Ω . On associe à chaque élément ω de Ω , une densité de matériau noté $\rho(\omega) \in [0,1]$.

On décompose Ω en trois sous domaines tels que :

$$\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_0 \cup \Omega_x$$

$$\text{Avec } \Omega_1 = \{\omega, \rho(\omega) = 1\}, \Omega_0 = \{\omega, \rho(\omega) = 0\} \text{ et } \Omega_x = \{\omega, \rho(\omega) \in]0,1[\}.$$

Le domaine variant au cours de l'optimisation sera Ω_x , on se fixe a priori Ω_0 et Ω_1 en tant que partie vide et partie pleine de la pièce.

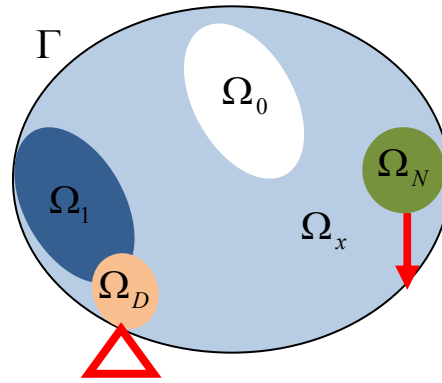


Figure 5 : représentation schématique du problème d'optimisation

On se fixe f la fraction volumique de Ω_x :

Équation 1

$$f = \frac{V(\Omega_x)}{V_0}$$

Avec $V(\Omega_x)$ le volume de matériau et V_0 le volume du domaine de travail.

On introduit les conditions aux limites par : un cas de fixation (condition de Dirichlet) F_D sur Ω_D et un cas de chargement (condition de Neumann) F_N sur Ω_N avec $\{\Omega_N, \Omega_D\} \subset (\Omega / \Omega_0)^2$.

L'objectif de l'étude est de déterminer la répartition de matière au sein de Ω_x pour satisfaire la fonction-objectif en tenant compte de contraintes.

3.3. Problème d'optimisation numérique

Pour résoudre numériquement le problème, le domaine d'optimisation (aussi appelé domaine de design) est modélisé par éléments finis (la plupart du temps volumiques). On introduit alors une limite inférieure à la densité qui correspond à l'absence de matière, en pratique on choisit $\rho_{\min} = 10^{-3}$. Cela permet de pouvoir continuer la résolution numérique même quand la boucle d'optimisation décide d'assigner un élément vide, donc en pratique $\rho(\omega) \in [10^{-3}, 1]$. Chaque élément du maillage numérique sera assigné d'un matériau différent de manière

continue selon la valeur de sa densité. La définition du module d'élasticité des matériaux se fait selon le principe de pénalisation.

Équation 2

$$E(\omega) = E_0 \cdot \rho(\omega)^p$$

Avec p le coefficient de pénalisation et E_0 le module d'élasticité du matériau de la pièce à concevoir. La valeur de p est à déterminer en fonction de E_0 , ν et N pour obtenir des résultats corrects rapidement.

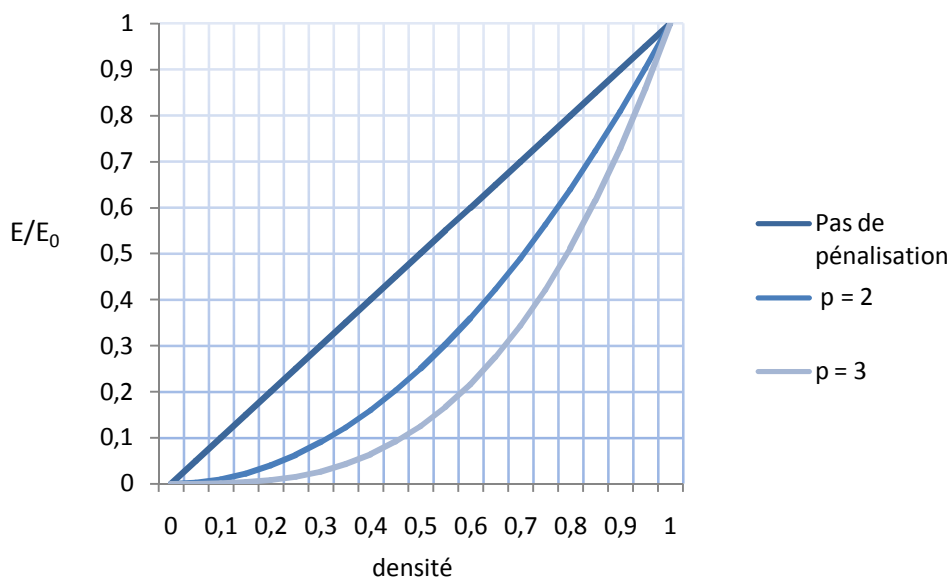


Figure 6 : effet de la pénalisation sur la rigidité du matériau

Comme énoncé en première partie du chapitre 2.1, la fonction-objectif retenue est la minimisation de la compliance C que l'on détermine grâce au système de données du calcul par élément finis, voir l'Équation 3.

Équation 3

$$C(\rho) = {}^tU \cdot K(\rho) \cdot U$$

Avec U le tenseur des déplacements des nœuds du maillage de la pièce et $K(\rho)$ la matrice de rigidité de la pièce en fonction de la répartition de densité ρ . Finalement le problème d'optimisation s'expose globalement comme présenté en Équation 4.

Équation 4

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{\rho} C(\rho) = {}^tU \cdot K(E(\rho)) \cdot U \\ \text{avec : } \left\{ \begin{array}{l} \frac{V(\rho)}{V_0} = f \\ K(E) \cdot U = F \\ E(\rho) = E_0 \cdot \rho(\omega)^p \\ \rho(\omega) \in [10^{-3}, 1] \end{array} \right. \end{array} \right.$$

3.4. Routine d'optimisation

Pour résoudre ce problème de recherche d'extremum global on utilise dans un premier temps la méthode itérative appelée *Optimality Criteria Method*. Elle consiste en la recherche d'un critère d'optimalité noté $B(\omega)$ que l'on calcule en fonction de l'évolution de la compliance de l'élément ω par rapport à l'évolution pondérée de son volume de matériau.

Équation 5

$$B(\omega) = \frac{-\frac{\partial C}{\partial \rho(\omega)}}{\lambda \frac{\partial V}{\partial \rho(\omega)}}$$

Pour avoir plus de détails sur le calcul des différentes entités présentes ici, en particulier le coefficient de Lagrange λ , se reporter au document (BENDSOE & SIGMUND, 2003).

Une fois que la valeur de $B(\omega)$ est calculée pour l'élément considéré, on effectue l'adaptation de ρ_n en fonction de ρ_{n-1} de manière bornée. On introduit deux entités, un pas maximum de variation de ρ que l'on note m et $\eta = \frac{1}{2}$ le coefficient d'amortissement.

Équation 6

$$\rho_n = \begin{cases} \text{si } \rho_{n-1} \cdot B^\eta \leq \max(10^{-3}, \rho_{n-1} - m) & \text{alors } \max(10^{-3}, \rho_{n-1} - m) \\ \text{si } \max(10^{-3}, \rho_{n-1} - m) < \rho_{n-1} \cdot B^\eta < \min(1, \rho_{n-1} + m) & \text{alors } \rho_{n-1} \cdot B^\eta \\ \text{si } \min(1, \rho_{n-1} + m) \leq \rho_{n-1} \cdot B^\eta & \text{alors } \min(1, \rho_{n-1} + m) \end{cases}$$

La détermination de λ , le seul paramètre inconnu a priori se fait par dichotomie. Le principe est le suivant, les nouvelles densités sont affectées selon l'Équation 6 en partant d'un λ moyen. Ensuite on vérifie la contrainte fixée par l'Équation 1 et on réadapte ensuite la valeur λ en fonction du résultat. De manière pratique la boucle d'affectation des densités peut s'écrire comme en suivant sous Matlab, à l'aide d'une simple boucle `while`.

```
l1 = 0; l2 = 10000000; m_limit = 0.20;
while (l2-l1 > 1e-12)
    l_moyen = 0.5*(l2+l1);
    densite_new = max(0.001,max(densite-m_limit,...
        min(1.,min(densite+m_limit,densite.*...
            sqrt(-Denergie./l_moyen)))));
    if sum(densite_new.*volume) - (frac_vol*V0) > 0;
        l1 = l_moyen;
    else
        l2 = l_moyen;
    end
end
```

Dans l'extrait d'algorithme proposé ci-dessus, l'intégralité des entités mises en œuvre dans cette section 3.4 est présente. Il faut noter que les éléments en gras sont des vecteurs longs du nombre de mailles du modèle du domaine d'optimisation. Cette boucle est fortement inspirée du code proposé par dans (SIGMUND O., 2001).

3.5. Problème de discrétisation et dépendance du maillage

L'application du critère d'optimalité directement sur un système discret est trop radicale. Il y a une dépendance très forte de la solution obtenue et de la taille du maillage. Pour pallier ce problème de sensibilité on implémente des filtres qui corrigent globalement la carte de densité après affectation de celle-ci (SIGMUND & PETERSSON, 1998) & (KOTUCHA & HACKL, 2004). Grossièrement la répartition de densité est « étalée » localement pour éviter la création de microstructures telles que les structures en damier. Ce principe d'adaptation de sensibilité implique la connaissance du voisinage de chaque élément du maillage.

Pour illustrer les problèmes de création de microstructures rencontrés et l'effet de la dépendance du maillage, sont présentés en Figure 7 trois exemples de résultats obtenus avec le code proposé par *SIGMUND*. Le problème d'optimisation est très classique, l'arête gauche de la structure est encadrée et un effort vers le bas est appliqué au nœud à l'extrémité en bas à droite. On constate que le premier résultat n'est pas technologiquement admissible bien qu'il soit effectivement le plus efficace. On voit que grâce à la régulation le résultat obtenu est

beaucoup plus acceptable. Et finalement on multiplie les dimensions du modèle par deux et on peut observer que la solution diffère, mettant en exergue la dépendance existante entre la taille des éléments et le résultat de l'optimisation. Il faudra donc bien considérer cet aspect lors de l'utilisation du code.



Figure 7 : (gauche) 20x60 sans régulation, (centre) 20x60 avec régulation, (droite) 40x120 avec régulation

De manière expérimentale les élèves de *SIGMUND* ont déterminé les types de régulation à utiliser pour rendre les solutions admissibles technologiquement, le lecteur pourra trouver énormément d'informations sur le site internet du laboratoire (SIGMUND & BENDSOE, TOPology OPTimization, 2003).

D'un point de vue pratique, l'adaptation de sensibilité proposée par SIGMUND se résume à calculer pour chaque voisin d'un élément, compris dans un certain rayon r , un poids noté H_v . Ce coefficient de pondération est calculé en fonction de la distance entre l'élément considéré et son voisin (voir Équation 7). Une fois les pondérations calculées on régule les densités en utilisant l'Équation 8.

Équation 7

$$H_v = r - \text{dist}(e_v, e_i) \quad \text{avec} \quad \{v \in \mathbb{N}, \text{dist}(e_v, e_i) \leq r\}$$

Équation 8

$$\rho_i = \frac{\sum_{v=1}^{N_v} H_v \cdot \rho_v}{\sum_{v=1}^{N_v} H_v}$$

Ici est présentée une méthode simple de régulation, elle est très simple à mettre en œuvre sur une structure régulière mais devient extrêmement complexe pour des maillages non structurés. Dans le chapitre 4.2 on constatera que cette étape de régulation de sensibilité est loin d'être triviale, et qu'elle représente même une des difficultés majeures.

4. Processus d'optimisation

Ce cinquième chapitre va expliciter la mise en œuvre proprement dite des principes et méthodes d'optimisation topologique par homogénéisation présentés plus haut. On rappelle que l'objectif premier de ce projet est l'élargissement de principes mathématiques d'optimisation connus à une utilisation pratique et efficace d'un point de vue conception en ingénierie mécanique. Le choix du solveur numérique est une pièce maîtresse du processus d'optimisation. En effet pour envisager des cas d'études concrets et complexes il faut que le solveur utilisé puisse les modéliser et les résoudre. Aujourd'hui beaucoup de solveurs existent parmi eux des grands noms comme *NASTRAN* ou encore *ANSYS*. Cependant ces outils bien que très puissants restent inabordables financièrement et difficiles d'accès.

Le *Code_Aster*, solveur numérique libre et gratuit, est devenu depuis sa création un outil incontournable en simulation numérique (Code-Aster). Projet lancé en 1992 par l'équipe de Recherche et Développement de la société *EDF (Electricité De France)*, cet outil fait désormais partie des références. J'ai donc décidé d'utiliser ce solveur dans le cadre de mon projet d'expertise, dans un premier temps pour les performances qu'il propose, ensuite pour la quantité impressionnante de documentation disponible, pour sa liberté d'utilisation et l'absence de restriction en termes de taille de modèle.

En ce qui concerne la boucle d'optimisation en elle-même, j'ai décidé de programmer en langage Matlab pour des raisons évidentes de simplicité de développement et de mise au point. Cependant Matlab montre vite ses limites en termes de rapidité de calcul et de gestion de données, ce qui laisse envisager l'utilité de migrer la boucle d'optimisation vers un environnement plus performant. Il est clair que l'objectif ici n'est en aucun cas d'augmenter les performances de la boucle d'optimisation, mais bien de fournir un outil fonctionnel et utilisable.

Maintenant que les deux principaux environnements de développement ont été présentés, les différentes interactions entre eux vont être décrites dans les sections suivantes. Le code Matlab réalisant la boucle d'optimisation représente environ 3000 lignes de code, et ne peut par conséquent être proposé et commenté dans son intégralité dans ce rapport.

4.1. Modélisation générale

Dans cette section vont être mis en place les différents échanges de données au sein de la boucle d'optimisation. L'interaction entre ces deux entités de calcul se fait via l'échange d'un certain nombre de fichiers, j'ai fait le choix d'utiliser cette solution pour que la routine d'optimisation reste indépendante du solveur. En Figure 8 est représentée une vision macroscopique de la boucle d'optimisation. Sur cette figure, chaque entité d'échange de donnée est représentée par son nom de fichier et son extension au format *Code_Aster*.

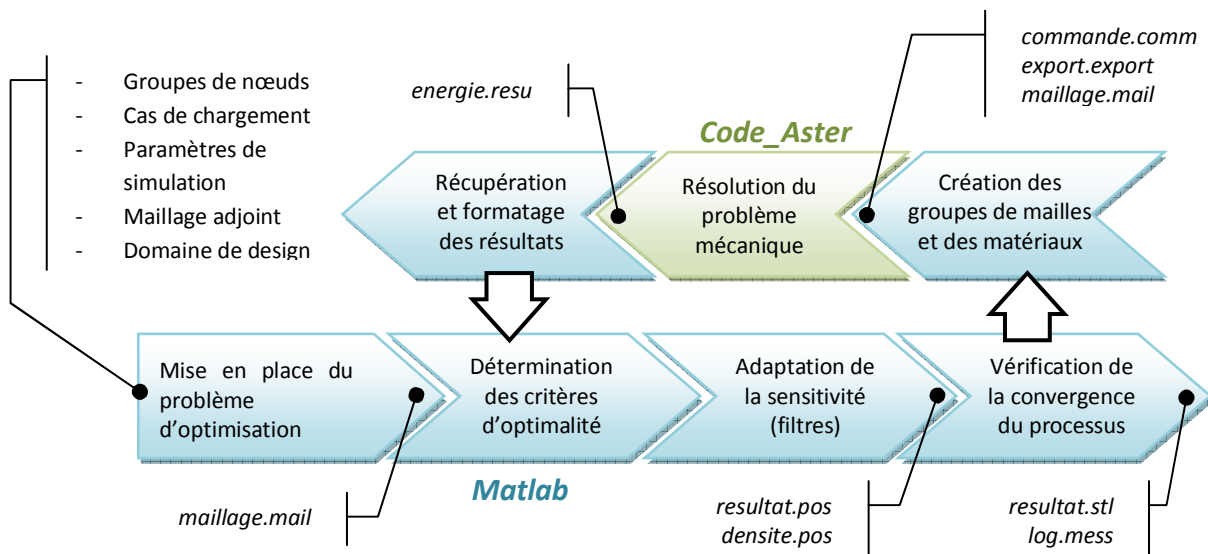


Figure 8 : représentation générale de la boucle d'optimisation

Le procédé d'optimisation proposé ici se base sur l'augmentation de la rigidité d'une pièce mécanique en diminuant successivement l'énergie interne globale de la pièce (voir le chapitre précédent pour une description plus complète).

Concrètement, le solveur numérique fournit la solution du calcul mécanique sous forme d'un vecteur résultat dont chaque composante représente la valeur de l'énergie élastique interne d'un élément du maillage qui compose la structure. Pour pouvoir réaliser ce calcul le *Code_Aster* a besoin d'informations d'entrée contenues dans trois fichiers qui sont susceptibles d'évoluer au cours du processus d'optimisation :

- **Maillage .mail** : le maillage au format *Code_Aster* utilisé pour le calcul, il contient une partie fixe (nœuds, mailles) et la liste des groupes de mailles qui changent à chaque itération en fonction de la répartition des densités dans la pièce.

- Export `.export` : le fichier export et le fichier de lancement proprement dit de *Code_Aster*, il indique l'emplacement du maillage, du fichier commande et les emplacements des différents fichiers résultats.
- Commande `.comm` : le fichier commande contient les informations du calcul par éléments finis : définition et affectation des matériaux, définition du cas de chargement, des éléments à calculer (en l'occurrence l'énergie interne de chaque élément aux nœuds de Gauss).

En sortie le solveur fournit trois fichiers, le seul qui est nécessaire à la poursuite de la boucle d'optimisation est le fichier résultat, les deux autres sont destinés au post-traitement et à la visualisation :

- Résultat : énergie `.resu` : fichier ASCII récapitulant les valeurs de l'énergie interne de chaque élément, ce fichier est lu par *Matlab* pour réaliser l'affectation des nouvelles densités.
- Résultat : maillage `.pos` : ce fichier de maillage permet de visualiser l'affectation des différents groupes de mailles à l'aide de *Gmsh* en ajustant la visibilité des différents groupes de mailles.
- Résultat : carte de densités `.pos` : ce fichier de post traitement *Gmsh* correspond à la carte des densités, et permet de réaliser une iso-surface sous *Gmsh* pour une meilleure représentation et une prise en compte des gradients de densité dans la structure.

Au sein de la routine d'optimisation sous *Matlab* le domaine d'optimisation est représenté par un vecteur dont chaque composante correspond à la densité d'un élément (valeur comprise entre 0.001 et 1) voir le chapitre 3, page 17. Ce vecteur est à l'origine de l'affectation des matériaux en fonction de la loi de pénalisation propre à la méthode d'optimisation topologique utilisée ici. Il est actualisé à chaque itération en fonction du résultat du calcul par éléments finis récupéré par le biais du fichier `energie.resu`.

La routine *Matlab* est sous divisée en une multitude de sous-fonctions bien définies pour faciliter la compréhension du code et son portage ultérieur. En Figure 9 est représentée la structure globale du code, chaque étape de cette séquence peut se traduire par une sous-fonction de l'algorithme d'optimisation.

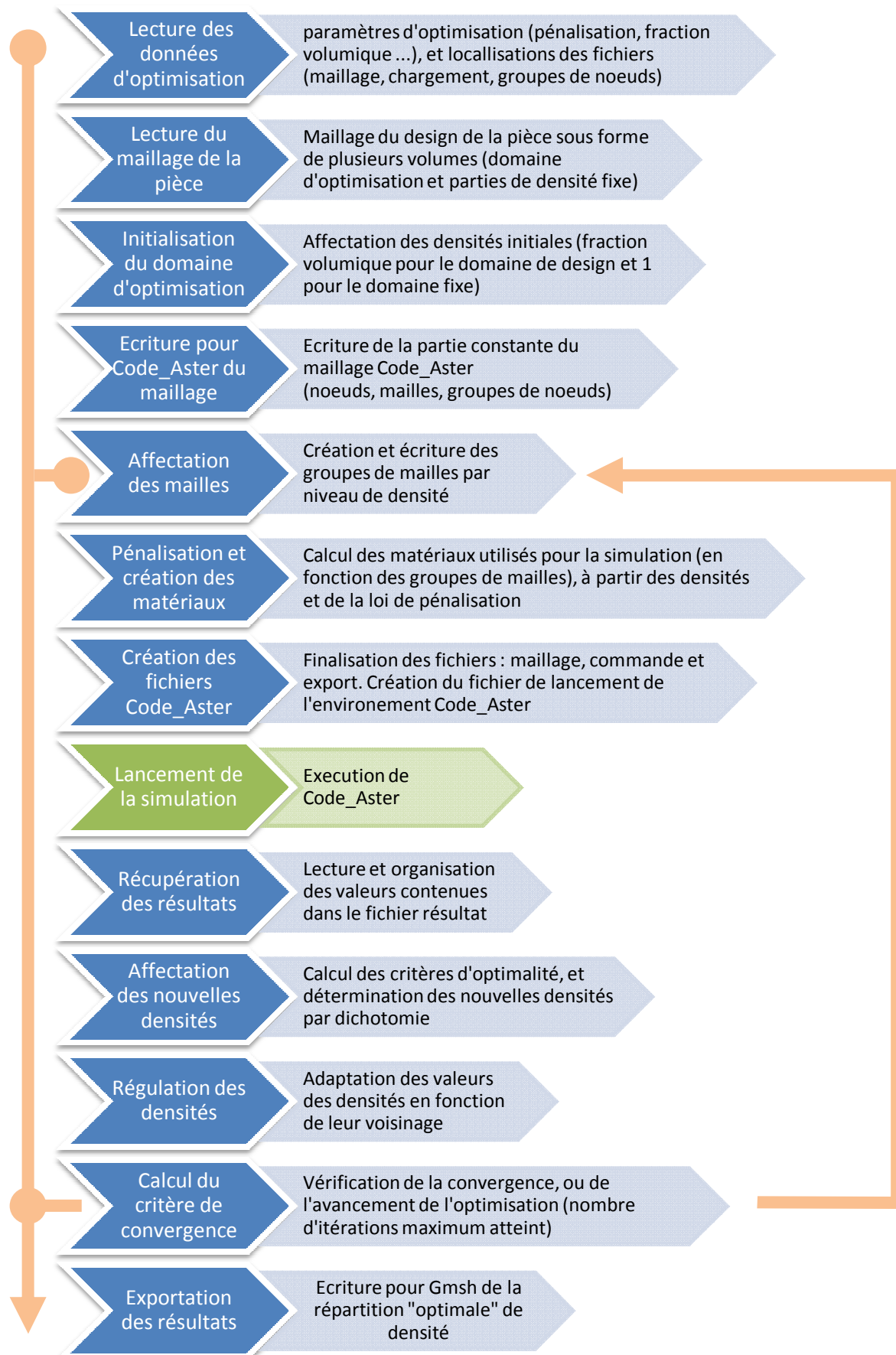


Figure 9 : séquence détaillée du processus d'optimisation

Au terme du processus d'optimisation, l'intérêt est de pouvoir récupérer la distribution de densités au sein du logiciel de CAO qui nous a permis d'initialiser la simulation. Pour démarrer le processus le modèle CAO permet d'obtenir un maillage par éléments finis, support de l'optimisation. Pour conclure et boucler le processus de conception le résultat de l'optimisation est récupéré sous forme d'une surface triangulée au format STL, importable dans tous les logiciels de CAO. Cette surface est calculée et exportée par le logiciel *Gmsh*.

Pour bien situer la place du processus d'optimisation et les fichiers d'échanges une représentation macroscopique du processus de développement avec optimisation topologique est représentée en Figure 10.

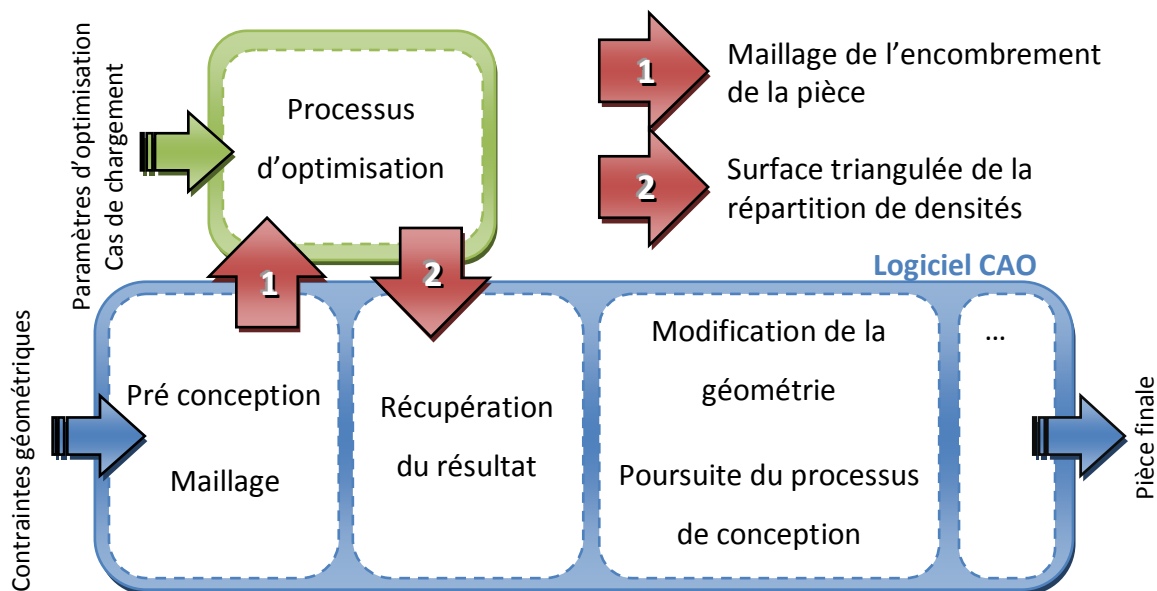


Figure 10 : processus de conception avec optimisation topologique

4.2. Deux approches selon la structure du maillage

La base de départ de ce projet, du point de vue du développement de l'algorithme, est le code d'optimisation de structures en deux dimensions écrit en 2001 par SIGMUND (SIGMUND O. , A 99 line topology optimization code written in Matlab). Ce programme permet de réaliser des optimisations simples, il travaille sur une géométrie plane rectangulaire composée d'éléments carrés. Cette géométrie est représentée par la matrice de ses densités, et c'est elle qui fait l'objet des modifications au cours du processus. Lors d'une première approche, je suis resté très proche de cette modélisation pour pouvoir réaliser un outil fonctionnel rapidement sans avoir à me confronter à trop de difficultés en même temps. La première de mes réalisations

fut un code permettant d'optimiser des pièces tridimensionnelles parallélépipédiques composées uniquement d'éléments hexaédriques. Cette approche est très restrictive car il est très difficile de modéliser des pièces mécaniques complexes par un maillage aussi structuré et rigide géométriquement parlant.

C'est donc dans un souci d'accessibilité et d'applicabilité aux géométries réelles que j'ai finalement décidé d'étendre encore le code à l'utilisation de maillages tétraédriques non structurés. Cette structure de maillage est beaucoup plus répandue dans le monde de la simulation numérique car elle s'adapte à énormément de géométries et est très facilement automatisable. L'utilisation de telles structures de maillage offre un lien entre les logiciels de CAO et le code d'optimisation, décuplant les applications et l'intérêt du code proposé ici.

La principale difficulté en abandonnant les maillages complètement structurés réside en la régulation des densités. En effet quand la structure est modélisée par une matrice régulière, il est trivial et rapide de retrouver les valeurs des voisins en jouant avec les indices de la matrice. Pour un maillage non structuré il faut reconstruire la structure du maillage et ensuite rechercher les voisins. De plus il faut considérer que les éléments ne sont pas tous identiques géométriquement (volume différent). Il va falloir prendre en compte tout cela lors de la régulation pour obtenir des résultats viables et fiables technologiquement.

Ma première implémentation recherchait lors de la régulation les voisins et calculait leur poids en fonction de leur distance et leur volume. Cependant le temps de régulation était extrêmement long, j'ai fait le choix de calculer le voisinage et les pondérations une fois pour toutes au début du processus, de sauvegarder ces valeurs dans la structure du maillage et de les utiliser pendant la régulation.

Cette méthode beaucoup plus rapide demande cependant une taille mémoire imposante. En effet chaque maille a entre 50 et 70 voisins, il faut donc sauvegarder en mémoire 70 valeurs de distance par mailles. Cela représente un gain d'environ 400 % de la taille de la structure du maillage en termes d'espace mémoire nécessaire. Finalement la structure du maillage est assez complexe mais permet une rapidité d'exécution de la régulation convenable, elle est représentée en Figure 11.

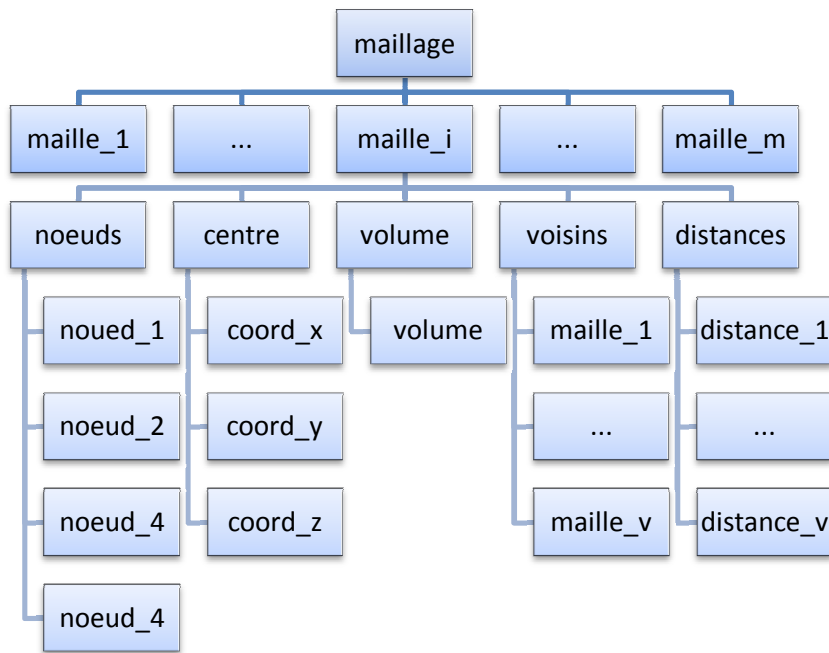


Figure 11 : structure de stockage des données du maillage

Maintenant il faut adapter le calcul des pondérations pour prendre en considération que les éléments peuvent être de différents volumes. J'ai fait le choix de prendre en compte l'effet du volume de manière linéaire et d'accentuer l'effet de la distance entre l'élément considéré et ses voisins, en introduisant le coefficient k . Ces modifications sont justifiées par les nombreux travaux réalisés par les élèves de SIGMIND et BENSOF (SIGMUND & BENDSOE, TOPology OPTimization, 2003). L'Équation 7 devient alors l'Équation 9.

Équation 9

$$H_v = V_v \cdot (r_{ref} - dist(e_v, e_i))^k \quad \text{avec} \quad \left\{ v \in \mathbb{N}, dist(e_v, e_i) \leq r_{ref} \right\}$$

Le rayon de référence doit être adaptatif à l'élément considéré car le maillage de la zone d'optimisation n'est pas forcément de taille constante. Pour déterminer cette distance de référence, j'ai décidé d'utiliser la longueur de l'arête de l'élément tétraédrique régulier qui a le même volume que l'élément considéré.

Pour donner une idée de la distance que cela représente par rapport à la taille d'une maille, une illustration est présentée en Figure 12.

Équation 10

$$r_{ref} = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot V}{\sqrt{2}}}$$

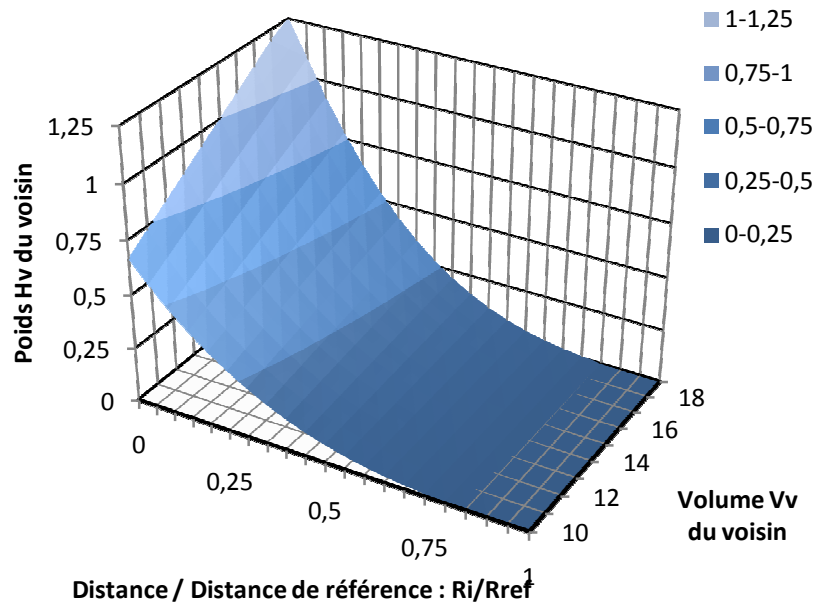
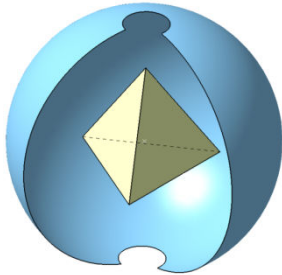


Figure 12 : (gauche) représentation de la sphère de rayon r_{ref} de l'élément tétraédrique considéré, (droite) comportement de la loi de pondération du voisinage (volume de l'élément considéré = 15 et $k = 3$)

En utilisant cette pondération on remarque qu'un voisin peut avoir plus d'importance que l'élément considéré ($H_v \geq 1$), cependant il est impossible que le centre d'un élément voisin soit assez proche (moins de un dixième du rayon de référence) du centre de l'élément considéré pour atteindre une telle situation.

4.3. Comparaison des deux approches par l'exemple

On constate dans la section 4.2 que l'utilisation de maillages non structurés complique fortement la gestion des données au sein du processus d'optimisation, la rendant plus complexe et plus longue en terme de calcul. Cependant d'un point de vue mise en œuvre et utilisation les progrès sont stupéfiants.

Pour illustrer les inconvénients et les avantages des deux approches, un double exemple va être présenté dans cette section. Il s'agit d'une pièce mécanique simple en aluminium soumise à un cas de chargement unique.

Dans cette section je ne m'attarderai pas sur la méthode de mise en œuvre des différentes entités présentées, le chapitre 0 propose la méthodologie complète d'utilisation du code par l'approche de modélisation tétraédrique.

Les maillages de la simulation proposée sont représentés selon l'approche utilisée en Figure 13. De manière très générale le maillage clair représente le domaine d'optimisation et le maillage plus foncé les parties de densité unitaire. Le cas de chargement est le suivant : la surface intérieure du trou de gauche est fixe (x , y et z), l'extrémité du bec de droite et en liaison plane (normale de contact selon z) et une force nodale de 1 000 N (selon z) est répartie sur la surface intérieure du trou central.

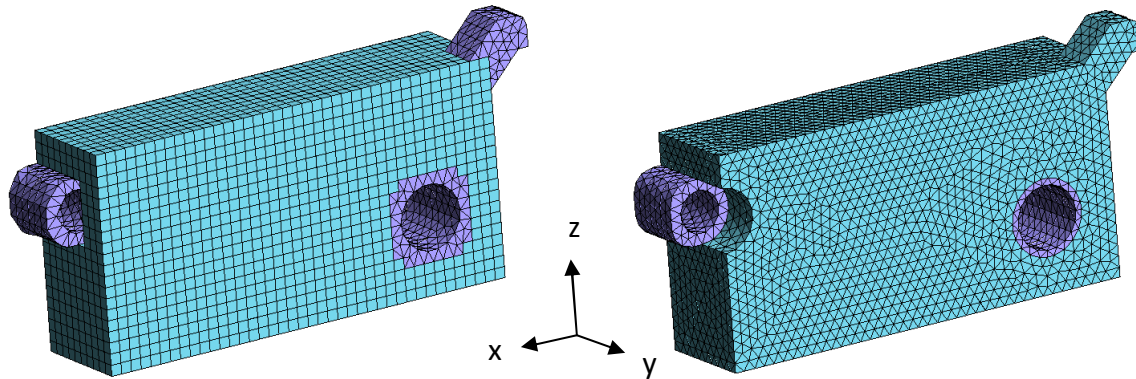


Figure 13 : comparaison des supports d'optimisation (gauche) maillage hexaédrique, (droite) maillage tétraédrique

La principale difficulté liée à l'utilisation du maillage hexaédrique, est la difficulté à modéliser des zones de design complexe. C'est donc pour les besoins de la cause, que dans cet exemple la zone d'optimisation est extrêmement simple, c'est un parallélépipède. Un très long travail de modélisation est nécessaire, dans le logiciel de CAO, pour modéliser les zones de non-design de manière à garantir la cohérence globale de la structure.

Comme on peut le constater les contours des trous ont dû être discrétisés en arêtes de 5 mm de côté pour assurer la connexion des nœuds et l'intégrité du maillage. Encore une fois ceci est possible dans cet exemple car il est simple mais un banal changement de taille des éléments du maillage et c'est la modélisation entière qui est à reprendre. On imagine mal réaliser un tel modèle pour une pièce plus complexe.

Pour ce qui est du support tétraédrique, il s'agit de trois volumes connexes directement maillés par le logiciel de CAO CATIA V5. Dans ce cas la cohérence est assurée, et n'importe quel changement de géométrie ou de taille de maillage est possible sans rien changer au processus d'optimisation. On peut modifier et adapter l'optimisation en quelques étapes. C'est la force de l'approche tétraédrique non structurée, une simplicité accrue et un lien étroit avec le logiciel de conception.

Les deux optimisations sont lancées, et après une dizaine d'itérations on récupère les géométries présentées en Figure 14. L'affichage proposé représente uniquement les mailles de densité supérieure à 0,8.

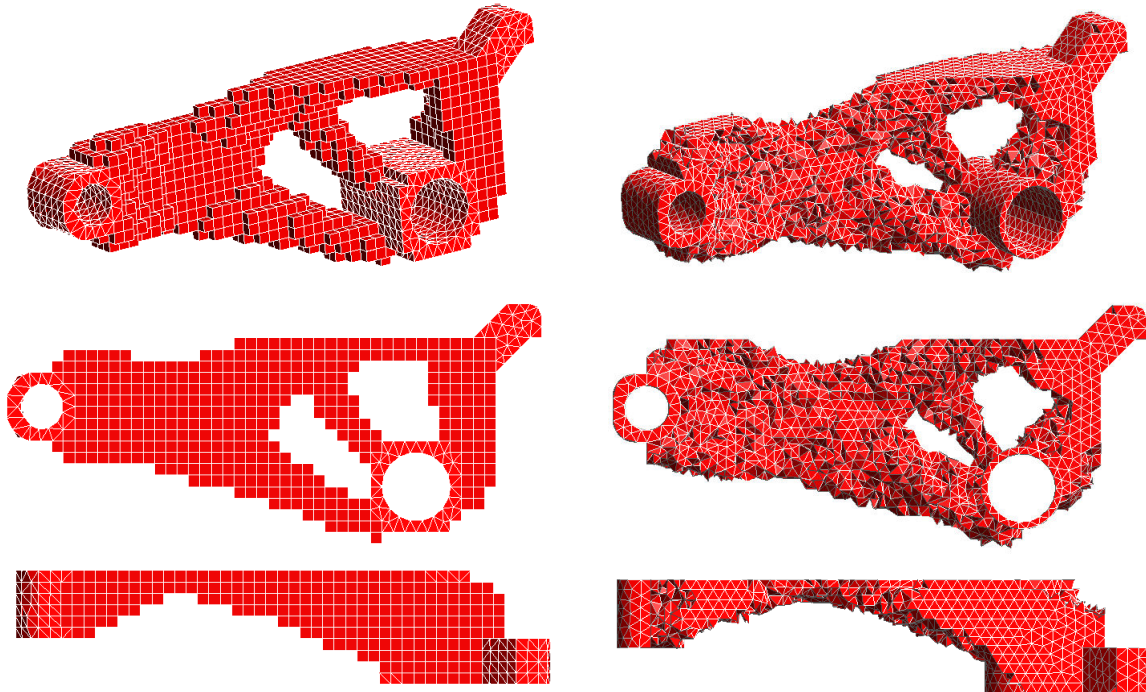


Figure 14 : vue isométrique, de face puis de dessus des résultats des optimisations

On constate que les résultats sont très similaires bien que les performances de la pièce obtenue par l'approche tétraédrique soient plus importantes : le déplacement maximum du palier supportant la charge est de 0,212 mm contre 0,256 mm pour la modélisation hexaédrique (gain de 17 % en raideur). Cette performance se retrouve dans la quantité d'énergie interne dans les structures respectives, l'évolution de cette grandeur-objectif est représentée en Figure 15 (énergie de départ 37 J pour les deux modélisations).

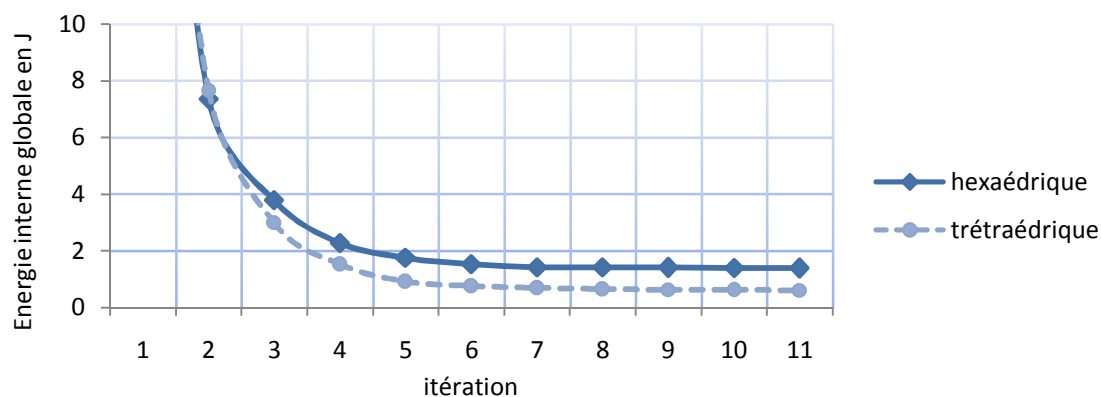


Figure 15 : évolution de l'énergie interne globale en fonction de l'avancement des optimisations

On pourrait penser en regardant la Figure 15 que les optimisations ont convergé en 6 itérations et que le gain obtenu lors des 5 dernières est inutile. Il faut bien comprendre que c'est justement pendant ces dernières modifications que la pénalisation fait effet et que la pièce se densifie pour tendre vers une pièce composée d'éléments vides et d'éléments pleins. Donc on estime qu'il y a convergence quand la carte de densité a convergé et non quand la fonction-objectif a supposément convergé.

Maintenant que l'on sait que les résultats obtenus sont globalement similaires, le Tableau 1 récapitule les données principales des processus d'optimisation présentés dans cette section. On notera que la quantité d'éléments dans le cas de la modélisation tétraédrique est de l'ordre de dix fois supérieur à celui de la modélisation hexaédrique, pour une caractéristique de maille équivalente (5 mm). Cependant le calcul par éléments finis se réalise dans le même laps de temps. Ceci est une conséquence directe du nombre de degrés de liberté par élément et de la relative simplicité des calculs supportés par un maillage tétraédrique. On peut envisager grâce à la modélisation tétraédrique la résolution de pièces complexes et finement discrétisées, autorisant la création de formes optimisées toujours détaillées et plus proches de la solution optimale.

	Hexaédrique	Tétraédrique
Pénalisation	3	3
Fraction volumique	0.2	0.2
Nombre maximum de groupes	150	150
Nombre d'éléments du domaine d'optimisation	7 288	75 945
Nombre d'éléments du domaine fixe	3 825	2 374
Longueur de la matrice à factoriser	14 402 417	25 226 021
Temps moyen de calcul sous Code_Aster	89 sec	91 sec
Taille des éléments d'optimisation	5 mm	5 mm
Taille des éléments du domaine fixe	5 mm	3 mm
Temps global d'optimisation (11 itérations)	10 min	21 min
Energie interne finale	1,41 J	0,92 J
Déplacement maximum	0,256 mm	0,212 mm

Tableau 1 : comparaison des paramètres d'optimisation entre les deux modélisations

L'énorme désavantage de l'approche dite tétraédrique, réside en la lourdeur du calcul d'adaptation de la sensibilité. Si le calcul par éléments finis est rapide, la régulation est interminable. En effet malgré les efforts réalisés pour limiter le temps de calcul à chaque

itération (voir section 3.5 page 22) la routine de régulation représente la moitié du temps global (voir Figure 16). Il est évident qu'un gros travail d'accélération est possible ; en portant ce calcul en langage C, bien réalisé il pourrait devenir négligeable par rapport au calcul par éléments finis.

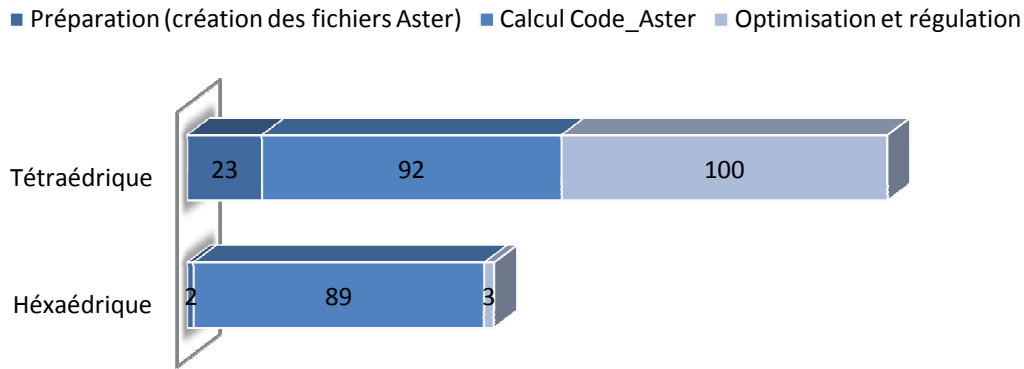


Figure 16 : répartition des temps de calcul moyens pour une itération (en secondes) selon la modélisation

Pour conclure cette section, et par là-même ce chapitre, je pense que la modélisation hexaédrique apporte d'extrêmement bons résultats de par la qualité irréprochable des éléments du maillage et la régularité de leur agencement. Cependant dans un cadre de développement industriel il est impensable de vouloir l'utiliser, la modification des modèles numériques et la préparation de l'optimisation représentent une charge de travail phénoménale par rapport au gain en termes de résultats sur la géométrie de la pièce.

Il apparaît donc évident que la solution utilisant la modélisation tétraédrique, bien que fastidieuse pour l'instant, représente la plus viable et la plus pratique des deux approches. Elle s'intègre très facilement au processus de conception existant et permet de s'appuyer pleinement sur les capacités des logiciels commerciaux de CAO en termes de modélisation et de création de maillage.

Il faut garder en tête que les inconvénients du support non-structuré peuvent être rapidement et efficacement compensés par une implémentation adéquate. La principale raison de la lenteur actuelle est le mode de conception du code sous *Matlab*, un environnement de développement et non de production.

5. Procédure d'utilisation : bogie de TGV ancienne génération

Dans ce chapitre, la procédure de modélisation d'une optimisation va être décrite étape par étape, afin de démontrer la simplicité d'utilisation et les réelles capacités de l'algorithme développé. Le logiciel de CAO utilisé est CATIA V5, une connaissance approfondie du module de conception surfacique et de maillage avancé est indispensable pour pouvoir définir correctement une étude d'optimisation. Pour illustrer l'intégralité des étapes de la procédure un exemple concret va être réalisé tout au long de ce chapitre, de la récupération d'un modèle existant, à la conception du design optimisé. Le cas servant de support est un bogie de TGV (ancienne génération), le modèle est extrait du dessin d'ensemble représenté en Figure 17 et Figure 18 (le bogie est en jaune).

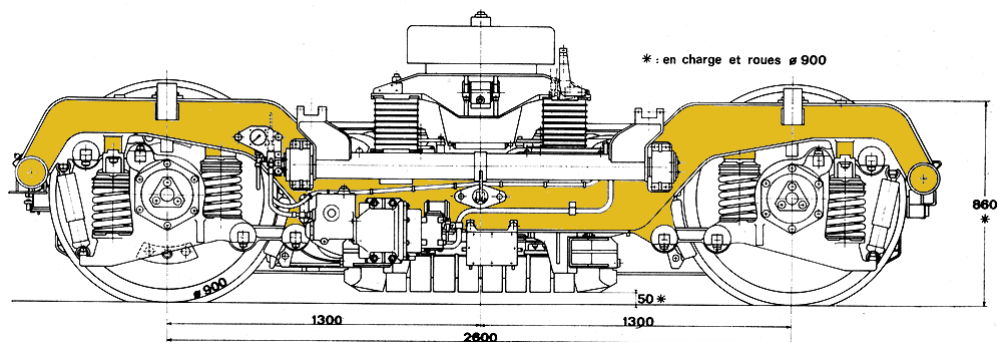


Figure 17 : vue de face du dessin d'ensemble d'un bogie de TGV

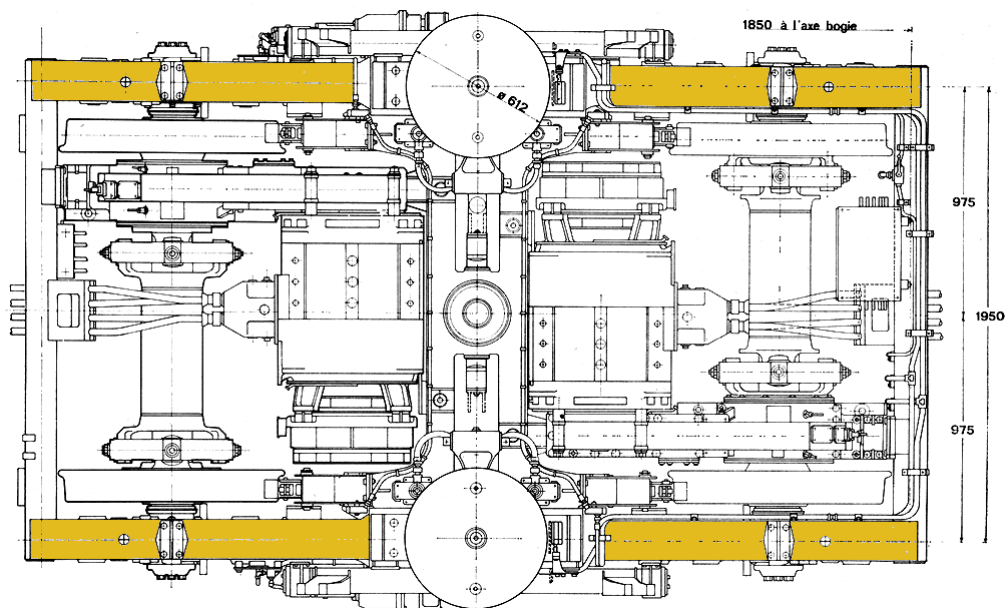


Figure 18 : vue de dessus du dessin d'ensemble d'un bogie de TGV

Le cas d'étude que je propose est l'optimisation des tôles composant les flancs verticaux des structures des bogies. Le cas de chargement est le suivant : charge maximale de 16 tonnes par essieu en situation de freinage d'urgence (glissement des roues sur les rails). Je rappelle que l'optimisation topologique est qualitative est que la seule chose qui importe est le rapport entre les différents efforts. On tire parti des nombreuses symétries du modèle pour modéliser uniquement un huitième de bogie, le modèle utilisé est représenté en Figure 19.

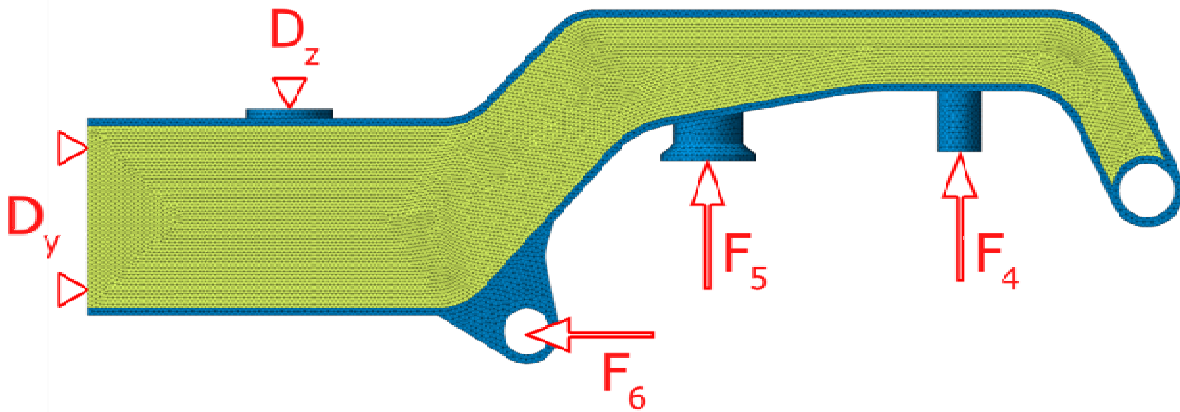


Figure 19 : modèle numérique d'un bogie et son cas de chargement

La zone d'optimisation est limitée aux flancs (partie vert-jaune), le reste de la structure (partie bleue) est figée géométriquement. Le but de cette étude est de déterminer la topologie des flancs permettant une plus grande rigidité pour une masse globalement équivalente.

L'effet de la masse de la voiture de TGV est modélisé par les efforts notés F_4 et F_5 , ils sont égaux et valent 3924 N (4 tonnes, les 16 tonnes de l'essieu sont répartis sur 4 ancrages). Et l'effort de freinage est transmis au bogie via une bielle de renvoi, son action est modélisée par l'effort noté F_6 . Le coefficient de frottement acier/acier est fixé à 0.1, il y a glissement pendant le freinage (cas extrême) d'où un effort tangentiel par roue de 784.8 N.

5.1. Conception du modèle à optimiser

La définition et la modélisation du modèle d'optimisation conditionnent directement le résultat que l'on obtient. Il va falloir dès la conception du modèle, penser à l'utilisation de la pièce et à la technologie obtention. Dans un premier temps on distingue trois grandes entités qu'il va falloir définir soigneusement. Elles sont décrites dans cette section par ordre d'apparition dans le processus de modélisation. On notera que l'on définit en premier lieu les

entités connues pour se diriger vers la définition des entités supports des variables d'optimisation qui sont inconnues a priori. A titre indicatif la modélisation complète pour le cas d'étude présenté a nécessité environ 4 heures de travail (en partant exclusivement du dessin d'ensemble proposé en Figure 18).

- Les surfaces fonctionnelles :

Les surfaces fonctionnelles de la pièce sont invariantes dans la grande majorité des cas, et complètement définies. C'est l'environnement de la pièce à optimiser qui va fixer les formes et positions des surfaces interagissant avec les autres pièces de l'assemblage. On commence donc par placer et mailler ces surfaces. En langage *Code_Aster*, ces différentes surfaces vont être représentées par des groupes de nœuds (GN).

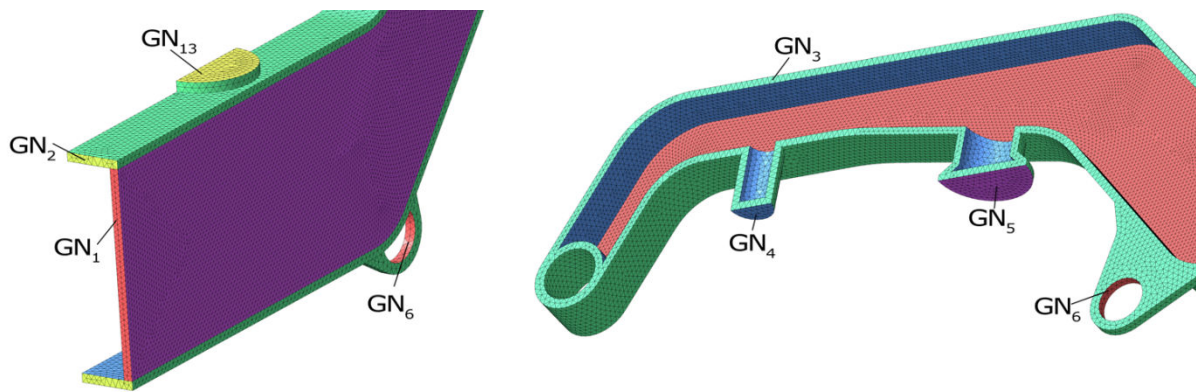


Figure 20 : Localisation des différents groupes de nœuds pour l'application du chargement et des conditions aux limites (symétries)

- Les zones de non-design :

Ensuite vient la définition des volumes dit figés ou imposés, représentant les zones volumiques de la pièce que l'on a précédemment définies et que l'on souhaite invariantes au cours du processus d'optimisation. Dans notre cas d'étude, l'ensemble de la pièce hors flanc est une zone de non-design.

- Les zones de design :

En troisième lieu on modélise la zone d'optimisation, on commence à entrer dans l'inconnu. Le choix de ce volume est primordial pour obtenir un résultat intéressant. Il faut à la fois laisser de la marge de manœuvre à l'algorithme et ne pas favoriser la création de structures trop complexes. La zone de design doit être vaste afin de laisser à la routine d'optimisation le maximum de possibilités pour optimiser la pièce, mais il faut cibler le résultat en fonction de ce que l'on recherche. Ici on souhaite obtenir une tôle plate dont l'épaisseur peut varier et

dont la topologie peut être complexe. On modélise donc notre domaine de design par une tôle finement maillée pour permettre à l'algorithme de créer des structures fines.

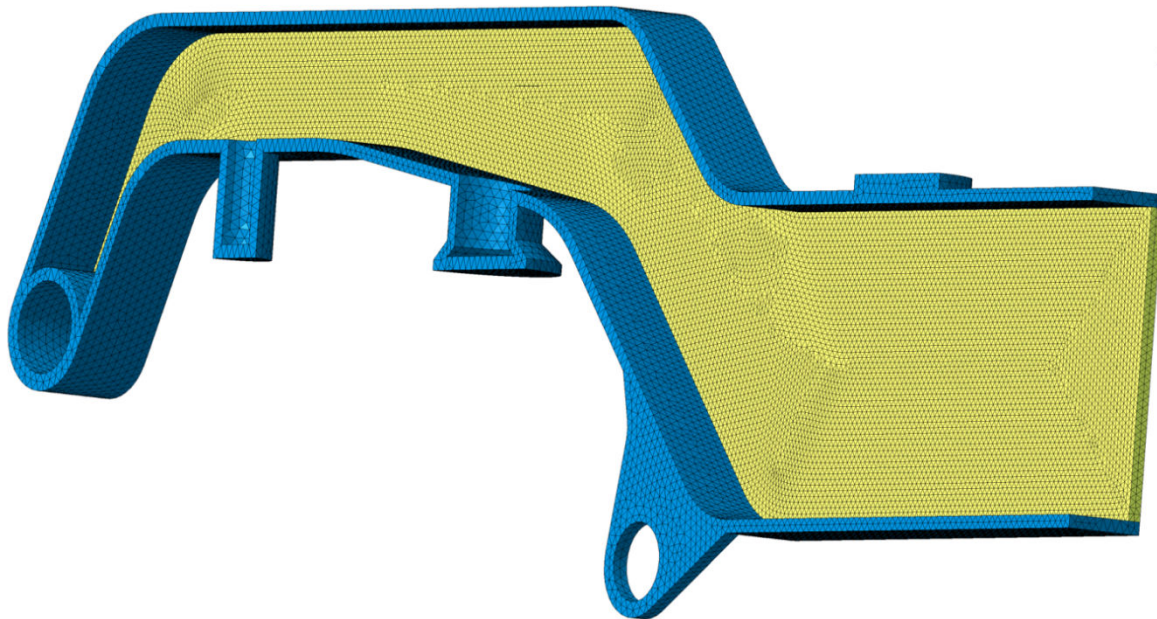


Figure 21 : maillage des deux volumes du huitième de bogie, en bleu la zone de non-design (mailles 10 mm) et en vert-jaune la zone de design (mailles 7 mm)

5.2. Définition des paramètres d'optimisation

- La fraction volumique :

Dans l'état actuel des choses la seule contrainte à laquelle le processus d'optimisation est soumis est la conservation de la masse de la structure.

- La pénalisation :

Le coefficient de pénalisation est important pour obtenir des résultats admissibles technologiquement en termes de répartition franche de densité (disparition des matériaux fictifs). Il conditionne également la vitesse de convergence. Dans la majorité des cas sa valeur est de 3, (BENDSOE & SIGMUND, 2003) et est constante.

- La loi de régulation :

Cette loi (Équation 9), détermine l'importance des valeurs des mailles voisines et ceci pour réduire l'apparition de microstructures, ici $k = 3$.

5.3. Utilisation de la boucle d'optimisation

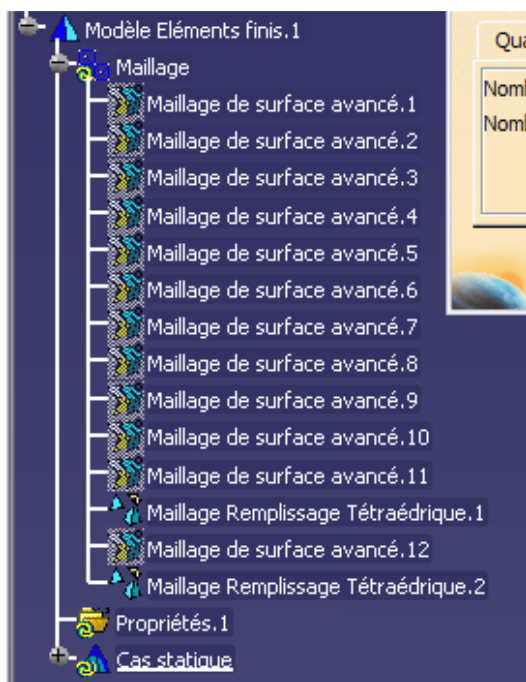
Pour utiliser le code proposé, il faut fournir en entrée quatre fichiers : le maillage de la structure `maillage.dat`, l'activation des différentes zones du maillage `activation.vri`, le fichier commande pour la simulation `Code_Aster chargement.comm` et un fichier de simulation permettant d'accéder aux données `optimisation.vri`.

- Fichier maillage : `maillage.dat`

Le domaine mécanique est maillé à l'aide du module de maillage avancé de CATIA V5. On peut donc tirer parti de l'ergonomie et de la simplicité d'utilisation de ce module pour réaliser des modèles de très haute qualité. Une fois maillé, le modèle est exporté au format `.dat` pour être lu par *Matlab*.

- Le fichier d'activation : `activation.vri`

Lors du maillage avec CATIA V5, on doit mailler séparément l'intégralité des surfaces du modèle, or pour les chargements sous `Code_Aster`, nous n'avons pas besoin de tous les nœuds appartenant à la surface de la pièce pour appliquer les conditions aux limites. Le code est le suivant : pour une surface, 1 active la création d'un groupe de nœuds ; pour un volume, 1 active son appartenance à la zone de design. L'ordre des entités maillées est celui de l'arbre CATIA (voir Figure 22).



1
1
1
1
1
1
1
0
0
0
0
0
1
1
0

Figure 22 : concordance des différents maillages sous CATIA et de leur activation (voir les groupes en Figure 20)

- Le fichier de chargement : `chargement.comm`

Dans le cadre de ce projet, les simulations numériques proposées sont de type statique mono-charge. En Figure 23 est retranscrit le fichier chargement utilisant les groupes de nœuds activés par le fichier d'activation. Il est à noter que les valeurs des efforts sont ramenées par nœud en fonction du nombre de nœuds par groupe.

```

.....
FIXE_1=AFPE_CHAR_MECA(MODELE=MODMECA,
                      DDL_IMPO=_F(GROUP_NO='GN_00001',
                                   DY=0,,));

FIXE_2=AFPE_CHAR_MECA(MODELE=MODMECA,
                      DDL_IMPO=_F(GROUP_NO='GN_00002',
                                   DY=0,,));

FIXE_3=AFPE_CHAR_MECA(MODELE=MODMECA,
                      DDL_IMPO=_F(GROUP_NO='GN_00003',
                                   DX=0,,));

FIXE_13=AFPE_CHAR_MECA(MODELE=MODMECA,
                      DDL_IMPO=_F(GROUP_NO='GN_00013',
                                   DZ=0,,));

EFFORT_4=AFPE_CHAR_MECA(MODELE=MODMECA,
                      FORCE_NODALE=_F(GROUP_NO='GN_00004',
                                       FZ=26.513513,,));

EFFORT_5=AFPE_CHAR_MECA(MODELE=MODMECA,
                      FORCE_NODALE=_F(GROUP_NO='GN_00005',
                                       FZ=6.0931677,,));

EFFORT_6=AFPE_CHAR_MECA(MODELE=MODMECA,
                      FORCE_NODALE=_F(GROUP_NO='GN_00006',
                                       FY=-1.2576923,,));

RESU1=MECA_STATIQUE(MODELE=MODMECA,
                   CHAM_MATER=CHMAT,
                   EXCIT=(_F(CHARGE=FIXE_1,),
                          _F(CHARGE=FIXE_2,),
                          _F(CHARGE=FIXE_3,),
                          _F(CHARGE=FIXE_13,),
                          _F(CHARGE=EFFORT_4,),
                          _F(CHARGE=EFFORT_5,),
                          _F(CHARGE=EFFORT_6,,)),);
.....

```

Figure 23 : Fichier chargement

- Le fichier de procédure d'optimisation : `optimisation.vri`

Ce fichier sert d'entrée à la routine Matlab, il contient les informations indispensables au bon déroulement de la procédure. Il est indispensable de garder la structure présentée en Figure 24, chaque ligne représente une donnée, l'espace indique la démarcation entre le nom de la donnée et sa valeur, donc attention aucune valeur ne doit contenir un espace.

Remarque : le nombre de nœuds et de mailles peut s'obtenir dans CATIA V5 après la création du maillage. Ces données ne sont pas indispensables mais accélèrent le processus de récupération de maillage de manière significative (affectation de mémoire sous *Matlab*).

```

Titre Bogie_TGV
Auteur Thomas_VINCENT
Frac_Vol 0.6
Penal 3
Nombre_de_niveaux 150
E_0 210000
Nu 0.3
Nombre_max_iter 30
Chargement chargement.comm
Maillage maillage.dat
Activation activation.vri
Nombre_noeuds 53788
Nombres_mailles 220925

```

Figure 24 : Exemple type de fichier de lancement de procédure

▪ Le lancement de l'optimisation :

La routine *Matlab*, *optimisation.m*, demande le chemin d'accès au fichier *optimisation.vri*, une fois renseigné le processus est complètement automatique jusqu'à convergence du processus ou si le nombre maximum d'itérations est atteint.

5.4. Utilisation des résultats

▪ Evolution du processus :

Un fichier de récapitulation est écrit tout au long du processus. A chaque itération on peut voir les principaux paramètres et les temps de calcul hors tout retranscrits sous la forme d'un paragraphe présenté en Figure 26. Les valeurs successives de l'énergie élastique interne sont retranscrites afin de pouvoir suivre son évolution (Figure 25).

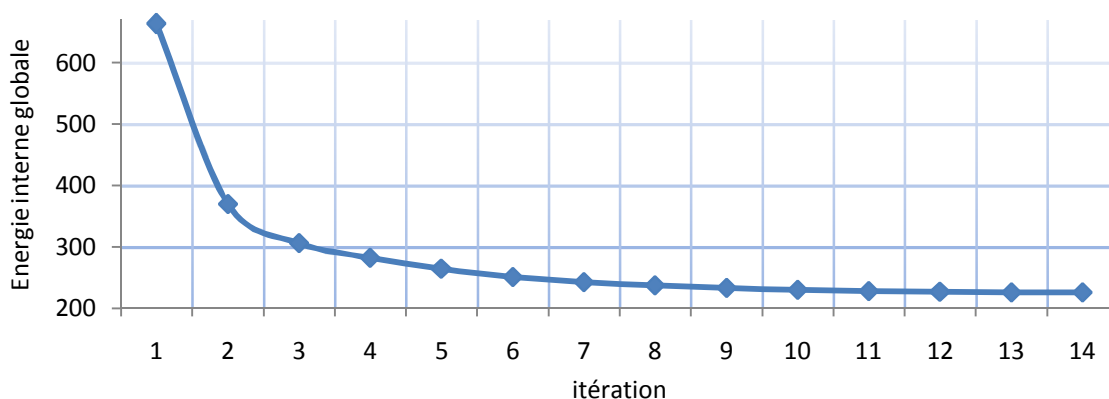


Figure 25 : Evolution de l'énergie interne dans le bogie de TGV

```

-----
Bogie_TGV
01-Jun-2007 15:07:29
-----
Dossier de la simulation :
  C:/ASTER/bogie_03/
-----
Récupération du maillage : 329.0288 s
Calcul du voisinage et de la pondération : 703.3816 s
Ecriture du maillage pour Code_Aster : 2.7846 s
Nombre d'éléments : 220925
-----

Paramètres d'optimisation :
  - Pénalisation : 3
  - Fraction volumique : 0.3
-----

...

--- 00014 -----
Nombre de groupes de mailles : 150
Ecriture des groupes de mailles : 99.652 s
Ecriture des fichiers commande et export : 0.16909 s
Calcul Code_Aster : 148.1818 s
Récupération des résultats : 23.8385 s
Adaptation de la sensibilité : 240.7849 s
Affectation des nouvelles densités : 4.711 s
  - Coefficient de Laplace : 0.0013056
Exportation des résultats pour Gmsh : 58.3591 s

O-----
|  Energie élastique globale : 226.0103
|  Evolution : -0.28517 %
O-----

-----
Fin de l'optimisation : 01-Jun-2007 17:20:01
-----

```

Figure 26 : extrait de fichier récapitulatif

Grâce à ce fichier on peut savoir précisément combien de temps le processus a duré, ici il a fallu moins de deux heures et quart pour quinze itérations avec un modèle comprenant 220 925 mailles.

▪ La création d'iso-surfaces résultats :

A l'aide de Gmsh, une iso-surface de la répartition de densité finale est produite et enregistrée au format STL. Cette surface triangulée est ensuite post traitée dans le module de données géométriques discrètes de CATIA pour boucler le processus d'optimisation au sein de la démarche de conception. En Figure 27 est représenté le résultat de l'optimisation superposé au modèle support de l'optimisation.

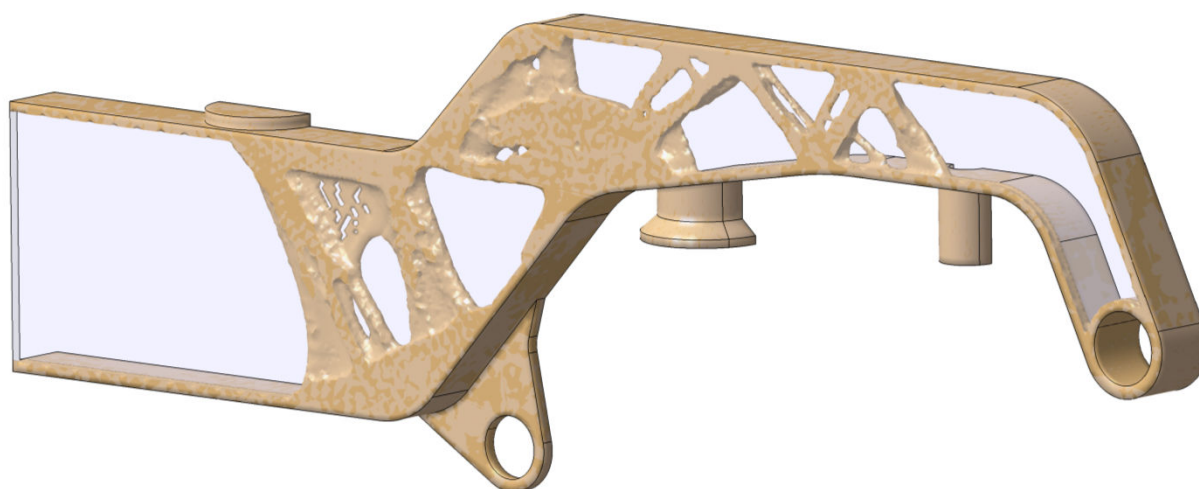


Figure 27 : iso-surface résultat de l'optimisation (seuil de densité 0.5) dans environnement CATIA V5

On observe que le résultat est très fin et comporte de nombreux détails que nous ne pourrions pas prendre en compte dans la future modélisation. Dans l'absolu il faudrait respecter la solution proposée pour obtenir une pièce efficace, mais les contraintes de fabrication et de coût de production vont limiter la complexité de la pièce optimisée.

▪ Modélisation et analyse de la pièce optimisée :

A l'aide du précédent résultat je construis la maquette numérique d'une nouvelle pièce. J'ai fait le choix de conserver une tôle simple sur le flanc du bogie, mais elle sera plus épaisse et évidée stratégiquement. Une fois ce design réalisé je compare les performances de la pièce originale et celle optimisée pour mettre en évidence les différentes améliorations et gains.

	Pièce originale	Pièce optimisée	Gain
Poids du huitième de bogie (pièce modélisée)	67,589 Kg	60,056 Kg	11,14 %
Déplacement maximum (extrémité du bogie)	0.4109 mm	0.3856 mm	6,15 %
Critère de performance 1 (déplacement max * poids)	27.7723 mm Kg	23.1576 mm Kg	16,61 %
Contrainte de Von Mises Maximum	1,70 10^7 Pa	1,372 10^7 Pa	19,29 %
Critère de performance 2 (contrainte max * poids)	1 149 MPa Kg	823 MPa Kg	28,29 %
Contrainte de Von Mises Minimum	482 Pa	4 201 Pa	---
Déplacement du groupe de nœuds 4 (ressort 1)	0,1204 mm	0,1091 mm	9,38 %
Déplacement du groupe de nœuds 5 (ressort 2)	0,2963 mm	0,2631 mm	11,20 %

Tableau 2 : comparaison des performances du bogie après optimisation

Le critère de performance n°2 permet de prendre en compte la réduction de masse ainsi que la limitation des concentrations de contrainte. Dans cet exemple le gain est de 28,29 % ce qui est très significatif de l'amélioration des performances de la pièce.

La répartition de contrainte (Von Mises) est représentée pour les deux cas en Figure 28. Sont aussi retranscrites les valeurs extrêmes de déplacement et de contrainte sous forme d'échelle (mêmes bornes).

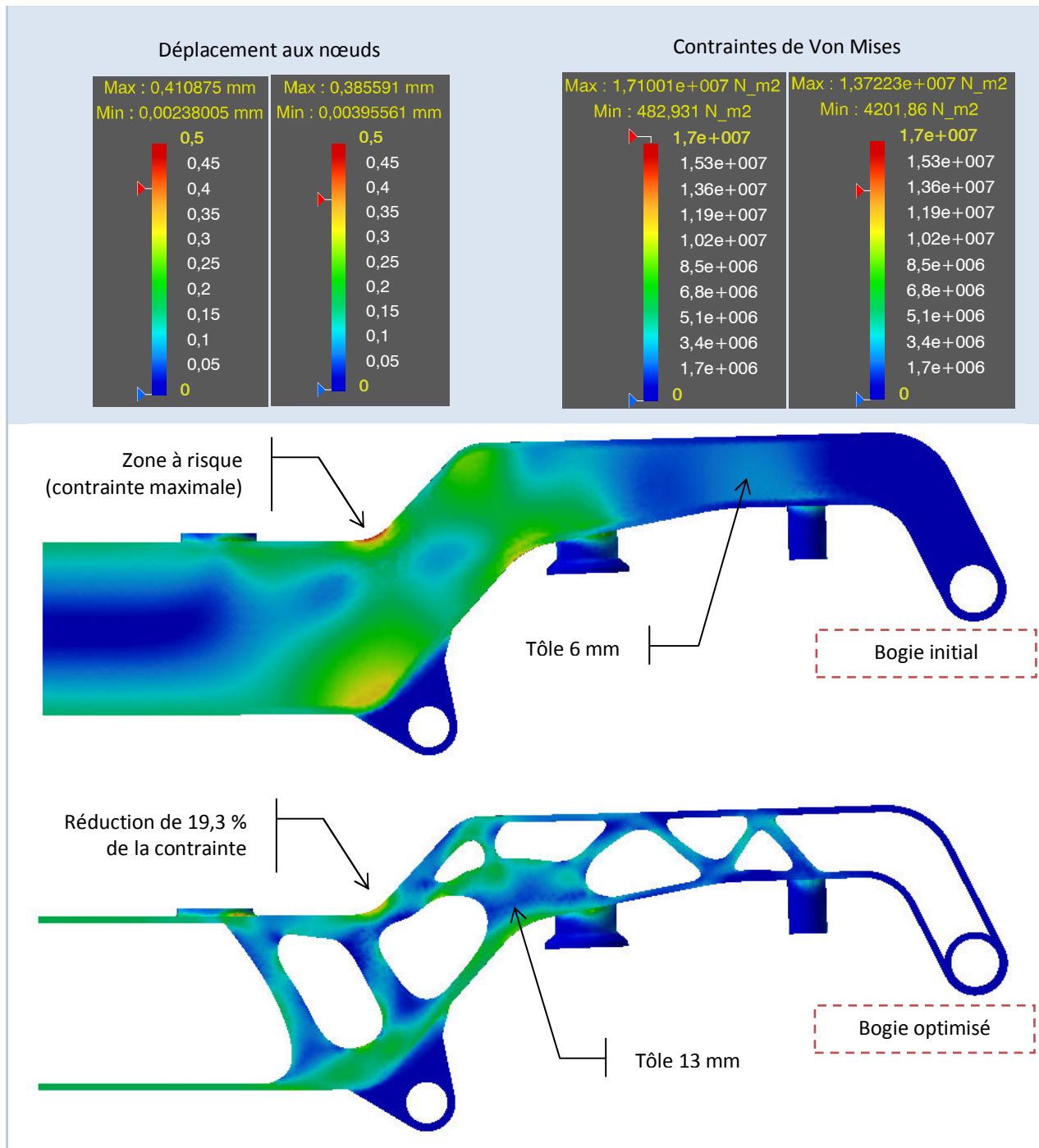


Figure 28 : comparaison des performances du bogie optimisé

De manière qualitative, à l'aide de la Figure 28, on se rend compte que l'utilisation de la matière au sein de la structure optimisée est considérablement améliorée. Bien que la modélisation retenue s'éloigne fortement du résultat de l'optimisation topologique, il est indéniable que ce nouveau design favorise grandement l'efficacité de la quantité de matière employée. On pourrait à partir de cette modélisation continuer d'améliorer les performances de manière traditionnelle par essai-erreur mais ce n'est pas l'objet de cette application.

La solution proposée est simple et demande peu de travail de modélisation. Elle est très facilement réalisable bien que plus complexe. Le gain de performance est significatif comparativement à la mise en œuvre et au temps de développement de ce cas d'application. En effet l'intégralité du travail consacré au bogie n'a pas pris plus d'une journée (extraction d'images et mise en page des résultats exclus). Ceci est possible en grande partie grâce à l'effort d'intégration du code dans un environnement de type CAO CATIA.

J'ai retenu ce cas pour appuyer la description de la procédure car il est très visuel, la partie optimisée étant en deux dimensions (tôle), cela me permet de publier des résultats lisibles. Je l'ai également retenu pour la simplicité de la modélisation de la pièce optimisée et le gain obtenu.

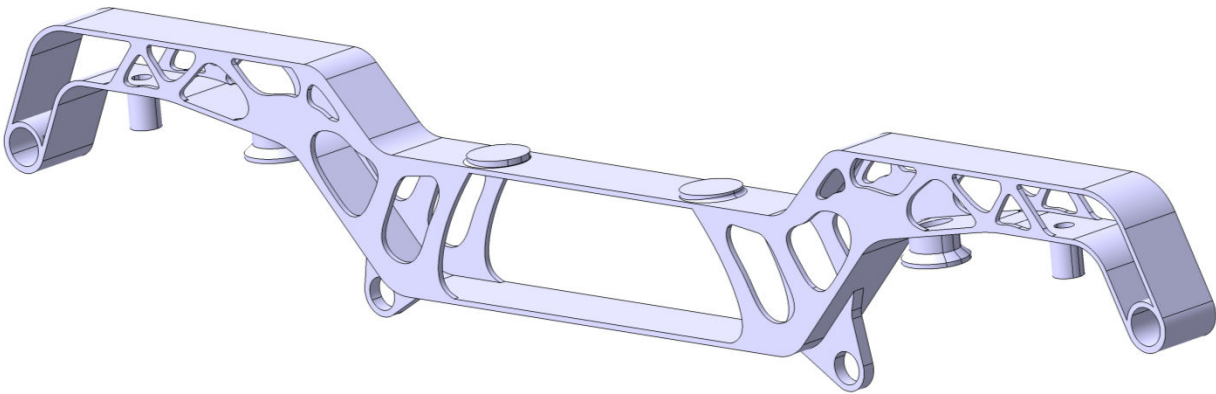


Figure 29 : demi-bogie optimisé complet
(Poids : 240 Kg contre 270 avant optimisation. Réduction d'environ 20 % de la contrainte maximale)

Dans ce cas d'étude l'optimisation s'est faite sous un chargement statique linéaire, mais il y a fort à parier que cette optimisation « simple » peut décupler les performances de la pièce dans d'autres types de chargement. A titre d'exemple, il est certain que la durée de vie de ce bogie en fatigue soit considérablement augmentée du fait de la diminution de l'intensité des concentrations de contraintes dans les zones sensibles.

6. Résultats d'optimisation

6.1. Post-traitement sous CATIA

Pour illustrer l'intégration du processus d'optimisation au sein du logiciel de CAO (CATIA V5), est présenté en Figure 30 le résultat de l'optimisation topologique d'une pièce mécanique. Avec ces quatre visuels, le lecteur se rend compte de la qualité de l'information proposée au concepteur à la suite du processus d'optimisation. De nombreux post-traitements semi-automatiques sont possibles pour extraire des entités géométriques support de la future modélisation de la pièce (sections, contours, courbes sur l'iso-surface).

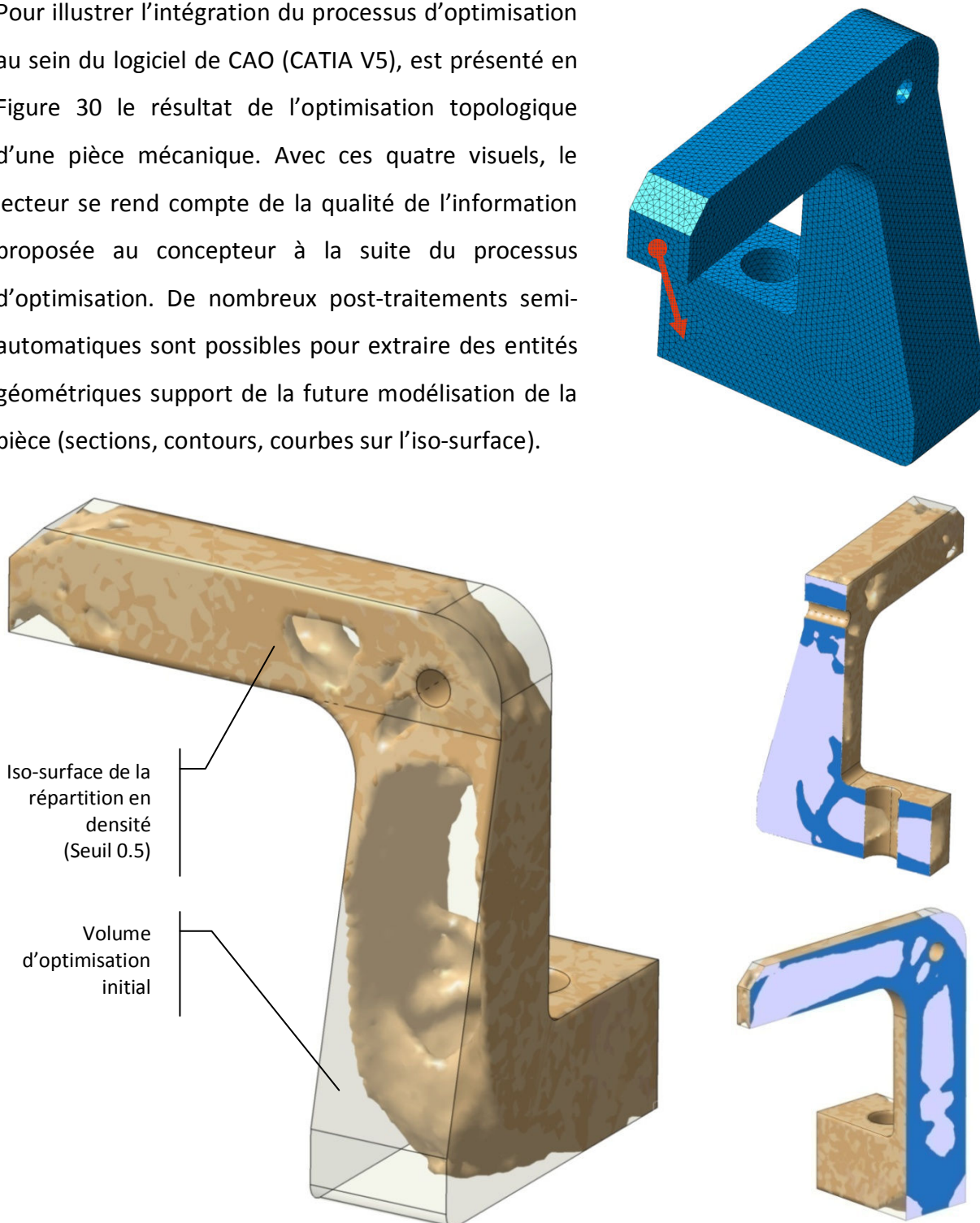


Figure 30: la structure finale dans le volume d'optimisation; (gauche) vue isométrique, (droite) deux sections (le bleu foncé représente la matière et le bleu clair le vide), (haut) maillage tétraédrique non structuré (259 829 mailles)

6.2. Cas d'application : porte-moyeu arrière de monoplace formule SAE

Le critère d'optimisation étudié dans ce projet d'expertise - l'amélioration du rapport poids/résistance d'une pièce mécanique - s'applique tout particulièrement au développement de pièces destinées à la compétition. Au sein de l'université de Sherbrooke un groupe d'étudiants passionnés par la compétition automobile s'est investi dans la conception d'une monoplace de type formule SAE (Figure 31). De nombreuses heures de travail ont été nécessaires à la définition des pièces mécaniques composant ce véhicule. Je me suis proposé d'utiliser le code développé au cours de ce projet d'expertise, afin de démontrer son efficacité et l'importance de l'information qu'il fournit dans un tel cas.



Figure 31 : la formule SAE 2007 de l'université de Sherbrooke

La pièce étudiée est le porte-moyeu arrière droit en duralumin (aluminium 2017), il est localisé en Figure 32, il supporte le roulement de roue arrière et l'étrier de frein. Il est relié au châssis par un système de suspension triangulé, et une biellette de renvoi d'amortisseur.

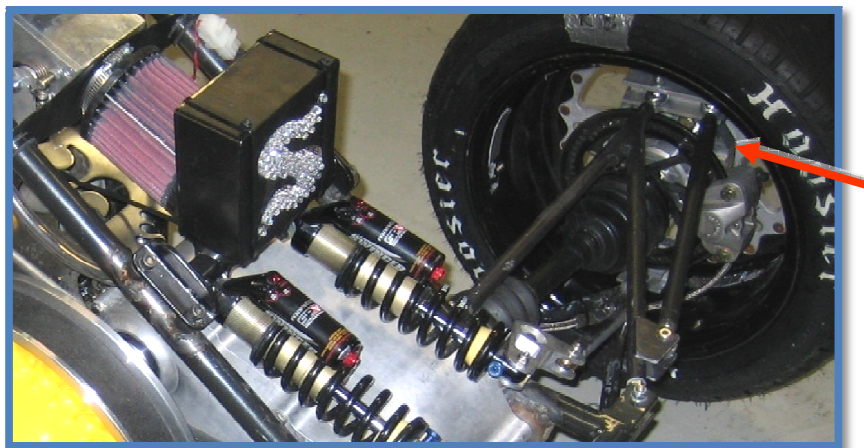


Figure 32 : localisation du porte-moyeu arrière droit

La détermination du cas de chargement critique, support de la validation de modélisation ainsi que l'encombrement maximal de la pièce m'ont été directement fournis par le responsable *liaison au sol* de l'équipe. La Figure 33 représente les informations d'entrée du processus d'optimisation.

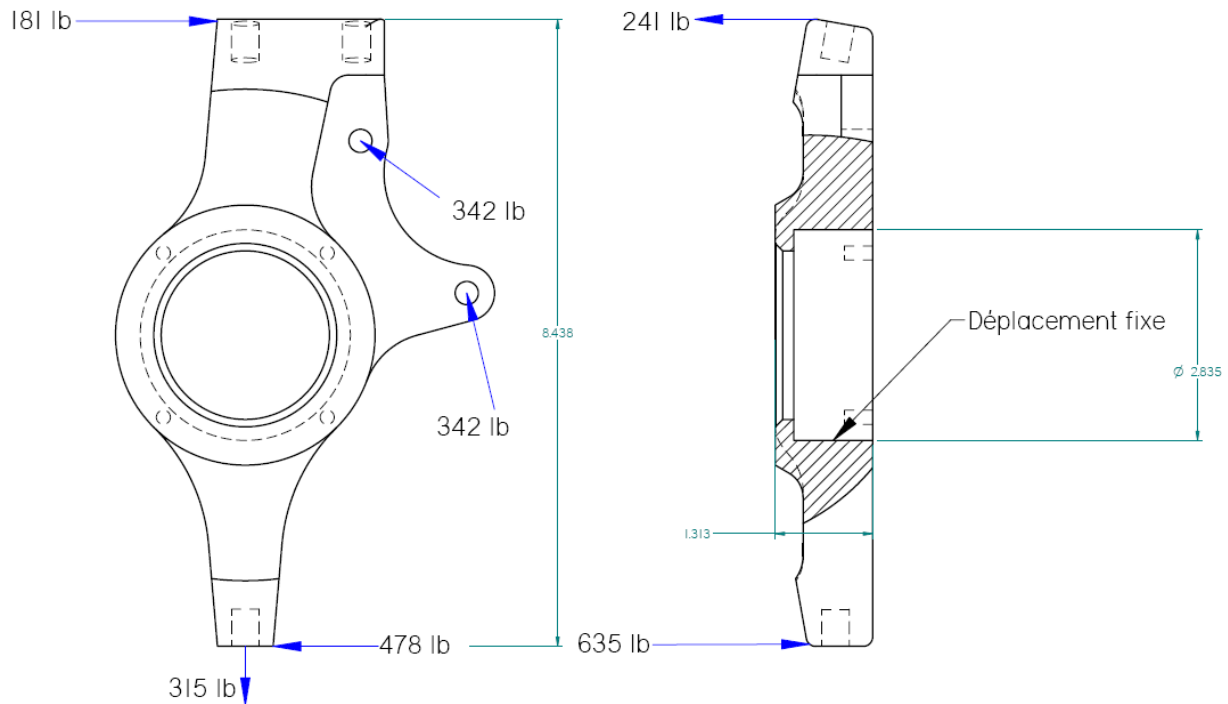


Figure 33 : cas de chargement critique utilisé pour le processus d'optimisation

Pour conserver les parties nécessaires du modèle (zones de fixation et d'application d'effort), le modèle proposé est subdivisé en sept sous-volumes maillés indépendamment (Figure 34).

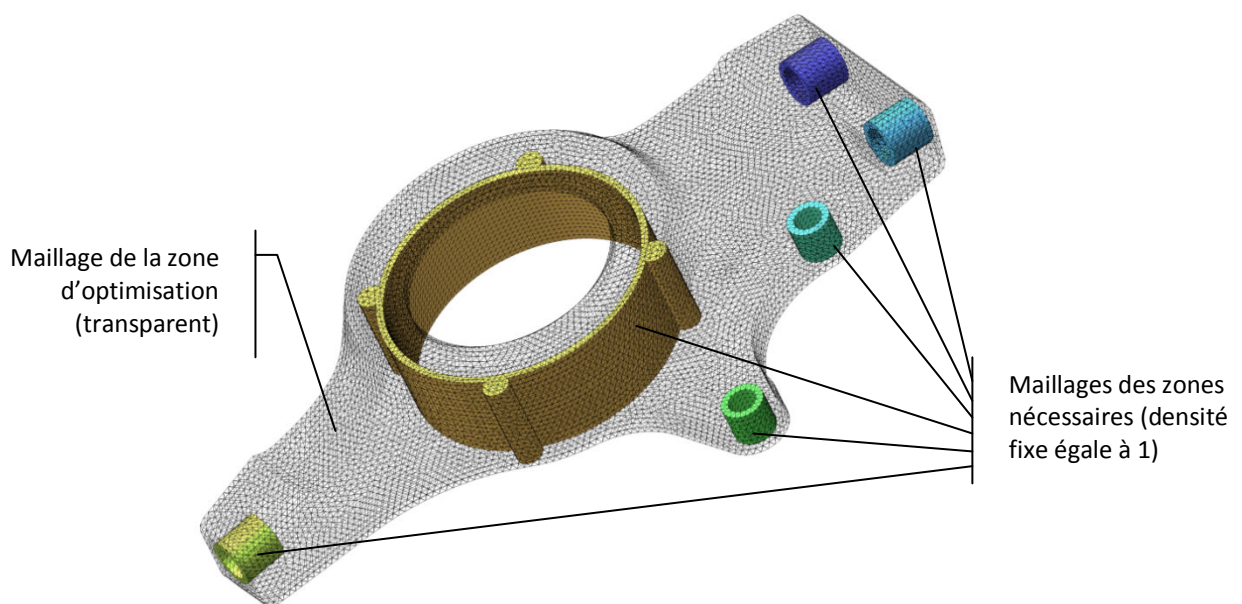


Figure 34 : maillage du porte-moyeu pour l'optimisation

Le modèle d'optimisation est composé de 272 141 mailles tétraédriques dont 223 415 appartiennent au domaine d'optimisation. La fraction volumique est de 50 % et la pénalisation de 3. Le temps total du processus est de 1 h 47 minutes. Le résultat sous forme d'iso-surface est présenté en Figure 35.

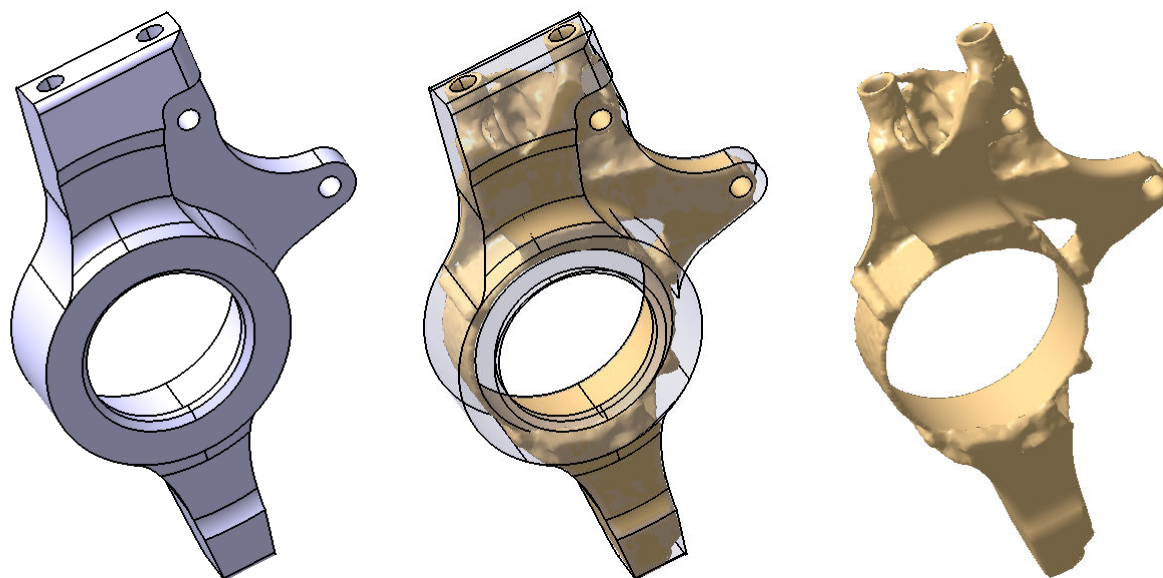


Figure 35 : (gauche) volume initial, (centre) iso-surface incluse dans le volume initial, (droite) iso-surface résultat seule

A partir de ce résultat une nouvelle modélisation de la pièce est proposée (Figure 36). Je me suis appliqué à rendre la pièce finale facile à obtenir par usinage numérique 3 axes avec le moins de retournement possible. Les performances de la nouvelle pièce sont comparées à celles de la pièce actuellement montée sur la monoplace. On peut constater des gains impressionnants de masse (1), de rigidité (2) et surtout du facteur de sécurité (3).

	Porte-moyeu actuel	Porte-moyeu après optimisation	Gain
Poids total	543 g	418 g	23,02 % (1)
Déplacement maximum	0.156 mm	0.116 mm	25,64 % (2)
Critère de performance 1 (déplacement max * poids)	84,708 mm g	48.488 mm g	42,75 %
Contrainte de Von Mises Maximum	$1,169 \cdot 10^8$ Pa	$6,651 \cdot 10^7$ Pa	43,11 %
Critère de sécurité	2,15	3,76	74,88 % (3)
Critère de performance 2 (contrainte max * poids)	1 149 MPa Kg	823 MPa Kg	56,20 %

Tableau 3 : récapitulatif des gains de performance

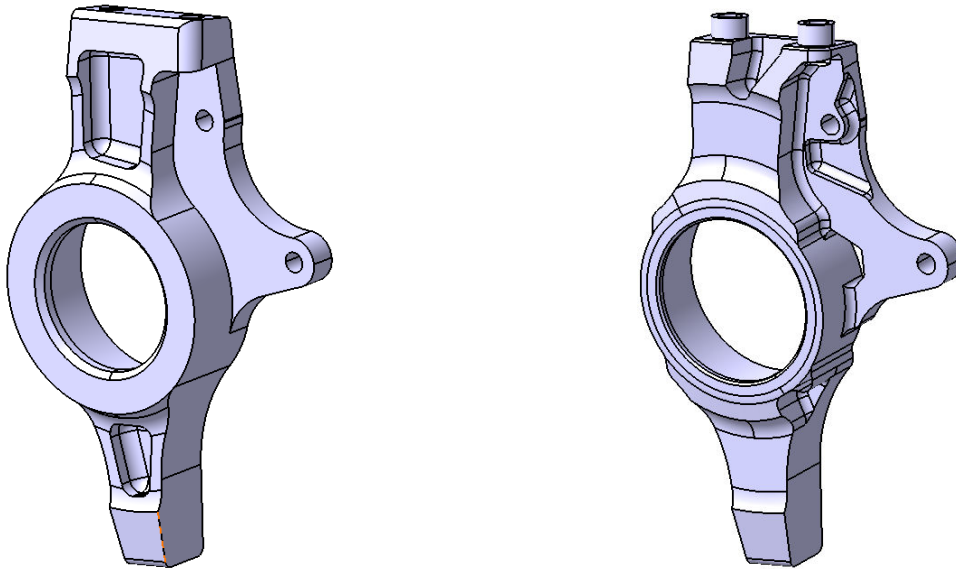


Figure 36 : différences entre le porte moyeu actuellement monté (gauche), et la version optimisée (droite)

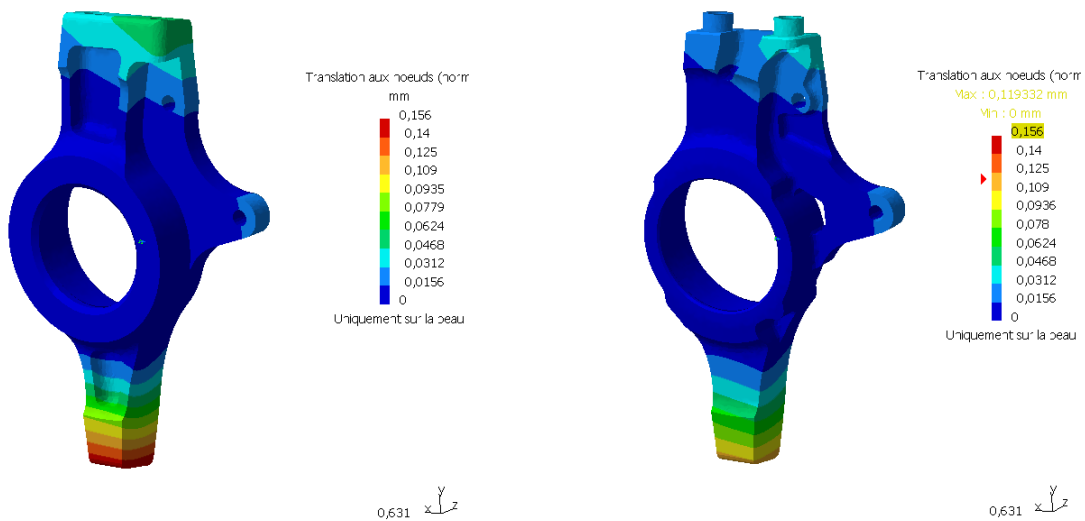


Figure 37 : déplacement aux nœuds sous le même cas de chargement critique et même échelle

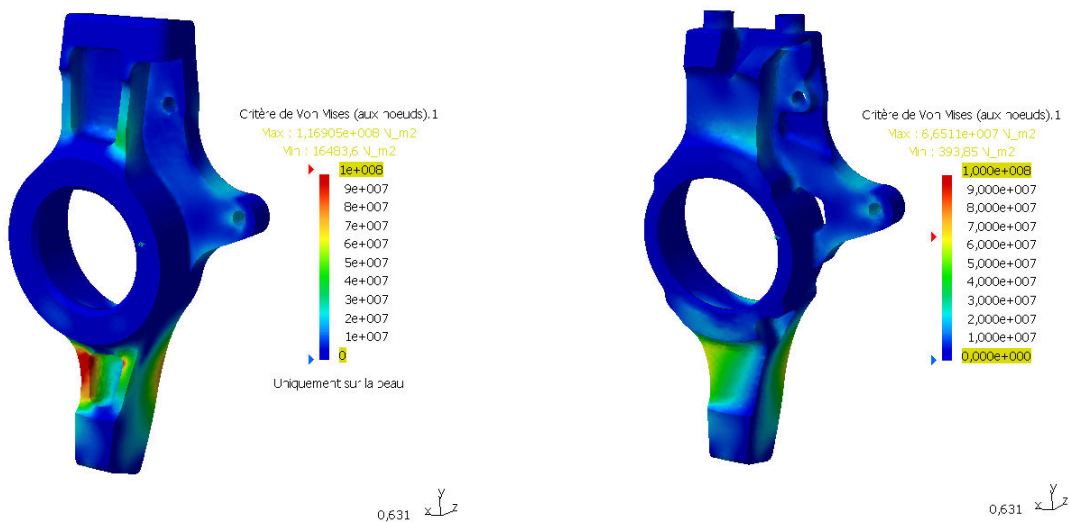


Figure 38 : contrainte de Von Mises aux nœuds sous le même cas de chargement critique et même échelle

En Figure 37 et Figure 38, sont représentés les deux résultats servant de validation du design proposé : le déplacement aux nœuds et la contrainte aux nœuds calculée selon le critère de Von Mises. Ces deux figures permettent au lecteur de se rendre compte des améliorations apportées par la nouvelle définition de la pièce.

Les résultats consignés dans le Tableau 3 amènent à une conclusion indéniable sur l'efficacité du processus d'optimisation utilisé ici. L'information proposée au concepteur permet dès la première modélisation de développer un modèle numérique de qualité nettement supérieur à celui provenant d'une conception de type standard. Une réduction de masse de plus de 23 % avec une augmentation du facteur de sécurité de 78 % en trois heures d'études, reste remarquable pour une pièce d'une telle complexité. Il faut garder à l'esprit que le modèle de comparaison (fabriqué et monté sur la monoplace) a fait l'objet de nombreuses heures d'études et d'optimisation manuelle.

On remarque que les définitions de pièces basées sur les résultats d'optimisation topologiques sont souvent complexes voire incompatibles technologiquement avec les procédés de fabrication. Une pièce complexe sera coûteuse à fabriquer. Optimiser une pièce en la complexifiant est avantageux jusqu'à un certain point. Dans ce cas d'application d'optimisation de pièce automobile de compétition, le processus proposé s'applique parfaitement car le maître mot dans ce type de développement est « performance ». La difficulté de fabrication et le coût viennent en second dans l'ordre des priorités.

A titre indicatif, l'intégralité des résultats provenant de l'optimisation topologique réalisée dans le cadre de ce cas d'application a été mise à la disposition de l'équipe projet de la formule SAE de l'université de Sherbrooke. Le prochain design des porte-moyeux arrière de la formule SAE 2008 découlera des indications fournies par cette étude. La modélisation finale sera encore plus poussée et plus efficace que celle réalisée rapidement pour les besoins de lisibilité de ce cas d'application.

Conclusion générale

Au terme de ce projet d'expertise, je suis en mesure de proposer une routine d'aide à la conception basée sur le principe d'optimisation topologique par homogénéisation. Les deux points forts de ce travail sont l'utilisation de maillages non-structurés tétraédriques comme support d'optimisation et le bouclage du processus d'optimisation au sein de celui de conception sous CATIA V5. Les résultats obtenus grâce à la routine développée dans le cadre de ce projet permettent de concevoir des pièces mécaniques efficaces dès la première modélisation et de réduire considérablement le temps de conception tout en limitant les a priori de conception. Actuellement la tendance en termes de standards de conception est à l'augmentation du rendement de l'utilisation de la matière. Ceci pour des raisons de coût et d'économie des ressources. Ce projet s'inscrit parfaitement dans ces concepts, grâce à sa fonction-objectif qui maximise la rigidité tout en limitant la masse. Demain le même type de procédé peut être imaginé pour améliorer nos définitions de pièces mécaniques et produits en considérant une multitude d'autres objectifs. De nombreuses études proposent déjà des méthodes permettant de prendre en considération plusieurs objectifs pour obtenir la répartition optimale de la matière au sein d'un domaine de design.

Le travail réalisé au cours de ce projet d'expertise dépasse largement les objectifs initiaux définis en octobre 2006 avec l'équipe de recherche du laboratoire OPTIS. Au vu de la qualité des résultats obtenus et des interactions avec le logiciel commercial CATIA V5, le code proposé va faire l'objet d'un portage vers l'interface graphique développée par le groupe de recherche lors de précédents projets. Simon RICHARD actuellement candidat au doctorat au sein du groupe de recherche, va consacrer les prochains mois à retranscrire et implémenter en C ce travail. Au cours de cette adaptation, un très grand nombre de limitations et inconvénients liés à la programmation sous Matlab vont être résolus. A terme une multitude d'améliorations pourront être apportées afin de rendre le présent travail plus complet et plus général afin de répondre aux exigences réelles des ingénieurs d'études. Pour suivre l'évolution du développement de ce projet j'engage le lecteur à contacter Jean-Marc DROUET ou tout autre membre du groupe de recherches OPTIS de l'université de Sherbrooke.

Bibliographie

ALLAIRE, G., & JOUVE, F. (2000). Optimisation de structures par homogénéisation pour des fonctions-coût générales. Application à l'optimisation de mécanismes.

ALLAIRE, G., & PANTZ, O. (2005, Novembre). Structural optimisation with FreeFem++.

ALLAIRE, G., AUBRY, S., BONNETIER, E., & JOUVE, F. (1998). *Optimisation topologique de structures par homogénéisation*. Consulté le Février 12, 2007, sur http://www.cmap.polytechnique.fr/~allaire/cray_plaq.html

ALTAIR Engineering. (2003). *AIRBUS : conception de l'architecture du bord d'attaque de l'aile de l'A380*. Consulté le 2007, sur <http://12.40.128.114/pdf/airbus.pdf>

ALTAIR Engineering. (s.d.). *ALTAIR Engineering : innovation intelligence*. Consulté le 01 27, 2007, sur <http://www.altair.com>

ALTAIR Engineering. (2001). *JAGUER : Conception globale du châssis par les méthodes optimisation de structures*. Consulté le 2007, sur <http://www.uk.altair.com/images/jaguar.pdf>

ANDERSSON, J. (2001). *A survey of multiobjective optimization in engineering design*. Linköping, Sweden: Department of Mechanical Engineering.

BECKERS, M. (2000). *LTAS - Optimisation Multidisciplinaire*. Consulté le Février 21, 2007, sur http://www.ulg.ac.be/ltras-opt/SiteEnFrancais/Personnel/Muriel%20Beckers/mb_fr.html

BENDSOE, M.-P., & SIGMUND, O. (2003). *Topology optimisation - Theory, Methods and applications*.

BENDSOE, M. (1989). Optimal shape design as a material distribution problem. *Struct. Optim.* 1 , pp. 193-202.

CMAP. (s.d.). *Centre de Mécanique Appliquée, Ecole Polytechnique*. Consulté le février 03, 2007, sur <http://www.cmap.polytechnique.fr>

Code-Aster. (s.d.). Récupéré sur <http://www.code-aster.org>

JOUBE, F., ALLAIR, G., & TOADER, A.-M. (2003). Optimisation de formes par la méthode des lignes de niveaux.

KOTUCHA, G., & HACKL, K. (2004, Aout). Densite gradient based regularization of topology optimisation problems. *Warsaw* .

SIGMUND, O. (2001). A 99 line topology optimization code written in Matlab. *Springer-Verlag* .

SIGMUND, O., & BENDSOE, M.-P. (2003). *TOPology OPTimization*. Consulté le Janvier 23, 2007, sur <http://www.topopt.dtu.dk>

SIGMUND, O., & PETERSSON, J. (1998). Numerical instabilities in topology optimization: a survey on procedures dealing with checkerboard, meshes dependencies and local minima. *Struct. Optim. 16* , pp. 68-75.

SOKOLOWSKI, J., & ZOLESIO, J. (1992). Introduction to shape optimization. *Springer* .